



---

# FORSØGSUNDERVISNING I MATEMATIK PÅ SVENDBORG ERHVERVSSKOLE

**TAL- OG MATEMATIKPROBLEMER SOM EN UDFORDRING PÅ UDDANNELSERNE**

Lena Lindenskov med Katrine Kirsted, Dorthe Jørgensen og Mette Amalie Bundgaard  
Institut for Uddannelse og Pædagogik (DPU)

2014

Første udgave

TAL- OG MATEMATIKPROBLEMER SOM EN UDFORDRING PÅ UDDANNELSERNE

## Data

Titel	Forsøgsundervisning i matematik på Svendborg Erhvervsskole
Undertitel	Tal- og matematikproblemer som en udfordring på uddannelserne
Forfattere	Lena Lindenskov med Katrine Kirsted, Dorthe Jørgensen og Mette Amalie Bundgaard
Afdeling	Forskningsprogram for Fagdidaktik
Udgiver	Institut for Uddannelse og Pædagogik <a href="http://edu.au.dk">http://edu.au.dk</a>
Udgivelsesår	Januar 2014
Redaktion afsluttet	Januar 2014
Udgave	Første
Finansiel støtte	Undervisningsministeriet
Emneord	Erhvervsuddannelse, Frafald, Matematikundervisning, Matematikvanskeligheder, Intervention
ISBN	978-87-7684-864-4
ISSN (elektronisk)	[xxx-xxxx]
Sideantal	43

## Indhold

<b>1. Indledning</b> .....	<b>4</b>
1.1/ Hovedtræk .....	4
1.2/ Tak .....	4
<b>2. Frafald og matematik</b> .....	<b>5</b>
2.1/ Frafald - typer.....	5
2.2/ Frafald - baggrunde - påvirkelige faktorer .....	5
2.3/ To syn på særlige tilbud i matematik .....	7
<b>3. Ramme for forsøgsundervisningen</b> .....	<b>8</b>
3.1/ De femten principper - oversigt.....	8
3.2/ De femten principper - uddybet .....	8
3.3/ En model med undervisningssituationen i centrum .....	11
<b>4. Forskningsspørgsmål</b> .....	<b>14</b>
4.1/ Tre spørgsmål .....	14
<b>5. Forskningsdesign</b> .....	<b>15</b>
5.1/ 13 besøg med dataindsamlinger.....	15
5.2/ Kvantitative data om effekter.....	16
5.3/ Baggrundsgruppe .....	16
<b>6. Praksis</b> .....	<b>17</b>
6.1/ Undervisningen.....	17
6.2/ Første forskningsspørgsmål .....	17
<b>7. Effekter</b> .....	<b>27</b>
7.1/ Andet forskningsspørgsmål .....	27
<b>8. Hvad virker</b> .....	<b>31</b>
8.1/ Tredje forskningsspørgsmål .....	31
<b>9. Ni nyttige</b> .....	<b>34</b>
9.1/ Til lærere.....	34
<b>10. Konklusioner og anbefalinger til erhvervsskole, grundskole og politisk niveau</b> .....	<b>36</b>
10.1/ Generelle konklusioner med anbefalinger .....	36
10.2/ Anbefalinger til skoleformerne og det politiske niveau .....	37
<b>11. Bilag A. Undervisningsplan</b> .....	<b>38</b>
<b>12. Bilag B. Resultater fra visitationstesten</b> .....	<b>40</b>
<b>13. Litteratur</b> .....	<b>42</b>

# 1. Indledning

## 1.1/ Hovedtræk

Denne rapport fortæller om et undervisningsforsøg, der for første gang systematisk undersøger og eksperimenterer med undervisning for elever i tunge tal- og matematikvanskeligheder i dansk erhvervsuddannelse. Dokumentation og analyse af undervisningsforsøget danner baggrund for en formulering af 'ni nyttige' råd til lærere og viser, at grundlæggende matematik er kompleks, nødvendig og relevant, og at en særlig indsats med matematikundervisning har potentialer til at nedbringe frafald ved at tilbyde eleverne en indgang til at lære ikke bare i matematik, men også i andre fag og områder.

Resultaterne er af interesse for erhvervsuddannelser, andre ungdomsuddannelser og grundskole. Resultaterne har bud til uddannelsessystemet generelt om indsatser og tilgange, der kan give succes for elever, hvor det ellers ikke syntes at være muligt.

Projektet blev finansieret af Undervisningsministeriet og gennemført i et samarbejde mellem Svendborg Erhvervsskole, CSV Sydfyn – Center for Specialundervisning og Institut for Uddannelse og Pædagogik (DPU) Aarhus Universitet.

## 1.2/ Tak

Denne forskningsrapport om forsøgsundervisning på Svendborg Erhvervsskole er kun blevet mulig på grund af stor imødekommenhed fra skolen, forsøgslærerne, øvrige lærere og alle eleverne. Forsøgslærerne og eleverne har beredvilligt stillet op til interviews og uformel snak samt tilladt os at observere i undervisning. Det er vi meget taknemmelige for.

Indsamling og analyse af data er foretaget i samarbejde med Katrine Kirsted, Dorthe Jørgensen og Mette Amalie Bundgaard, som også sammen med Silas Christensen har bidraget til udarbejdelse af denne rapport.

Endelig tak til Undervisningsministeriet, som har muliggjort dette projekt gennem økonomisk støtte og interesse. Specielt en tak til fagkonsulent Elsebeth Pedersen for fagligt engagement i projektet.

*Lena Lindenskov*

## 2. Frafald og matematik

### 2.1/ Frafald – typer

Frafald fra uddannelser kan være problematisk i større eller mindre grad, og det gælder både for den enkelte og på samfundsniveau. I den udstrækning, didaktiske tilgange, der ikke er nødvendige iboende i uddannelsen, er medvirkende til frafald, kan frafaldet mindskes med didaktiske tiltag.

Nogle elever og studerende, der falder fra, starter direkte på en anden uddannelse og gennemfører den, kommer direkte i beskæftigelse eller holder en kort pause. Denne type frafald er mindre problematisk og kan på sigt vise sig fordelagtig for den enkelte og samfundet sammenholdt med de ressourcer, den enkelte og samfundet har lagt i uddannelsen, som eleven faldt fra.

En anden type frafald er mere problematisk. Det er frafald, hvor elever og studerende ikke kommer i ny uddannelse eller i beskæftigelse, og hvor uddannelsen, som eleven faldt fra, ikke har bidraget til, at elevens faglige, sociale og personlige kompetencer øges.

At se på frafald på en differentieret måde er en del af diskussionen om frafald som begreb: Hvordan skal den første type elever tælles som frafald? Og hvordan kan man se frafald ikke alene som en indtruffen begivenhed, men også som en proces, der løber i tid?

Søgemønstret for de årgange, der optages på erhvervsuddannelserne, har ændret sig i takt med politiske ønsker om, at flere gennemfører ungdomsuddannelse, og at flere gennemfører

videregående uddannelse. Imidlertid har frafaldet på erhvervsuddannelserne været betragtet som meget højt med en meget stor stigning gennem den seneste årrække. Dermed er det blevet relevant at undersøge, om og hvordan frafaldet nedbringes.

Denne rapport har fokus på didaktiske tiltag, som kan nedbringe frafald, og som retter sig mod matematik som en risikofaktor for frafald. Med dette specifikke didaktiske fokus er rapporten et supplement til andre undersøgelser og diskussioner.

### 2.2/ Frafald - baggrunde – påvirkelige faktorer

Forskningsmæssigt er det almindeligt at operere med to grundmodeller til forståelse af, at elever falder fra erhvervsuddannelserne, som bl.a. påpeget af Lene Tanggaard (2013). Enten med faktorer, der karakteriserer elever, såsom minoritetsgruppe eller socioøkonomisk baggrund. Eller med strukturelle faktorer på institutionsniveau, som fx hvor stor institutionen er, lærer-elev-ratio, læringsklima og skoleressourcer.

I relation til forsøgsundervisningen i Svendborg indgår matematik-problematikken som en strukturel risikofaktor i form af kvaliteten af matematiks placering i og omkring erhvervsuddannelsessystemet og i kraft af matematikundervisningens kvalitet. Matematik-problematikken kan også ses som en individuel risikofaktor i form af den enkelte elevs matematikkompetence, motivation og læringsadfærd. Ifølge resultater fra Rockwool Fondens Forskningsenhed er gode matematikkundskaber fra grundskolen en stor hjælp for en ung, som tager en

erhvervsuddannelse. En høj karakter i matematik hænger sammen med en høj sandsynlighed for at gennemføre en ungdomsuddannelse.

Storskalaundersøgelser bidrager med korrelationer mellem på den ene side elevkarakteristika og strukturelle faktorer og på den anden side frafald, mens kvalitative undersøgelser som Lene Tanggaards med elever som informanter og indeværende forsøgsundervisningen i Svendborg med elever og lærere som informanter bidrager til en processuel opfattelse af frafald. Tanggaards interviews med elever peger på farer, der lurar på eleverne, og på nogle elever mere end andre: Risiko for ikke at få praktikplads og oplevelsen af for få lærere på nogle kurser på erhvervsuddannelsen, af mangel på passende udfordringer, og af læreres nedprioritering i grundforløbet af svagere elever uden praktik.

Fra det samlede forskningsprojekt "Fastholdelse af erhvervsskoleelever i det danske erhvervsuddannelsessystem" (som Tanggaards arbejde indgår i sammen med forskeres fra Aarhus, Aalborg og Roskilde Universiteter samt KORA), vil vi fremhæve de fem hovedkonklusioner og nævne, hvorledes undersøgelsen af forsøgsundervisningen i Svendborg relaterer sig hertil. Forskningsprojektet "Fastholdelse ....." havde til hensigt at 'undersøge de påvirkelige faktorer, der kan bidrage til at mindske frafaldet på de erhvervsfaglige uddannelser'.

Projekt "Fastholdelse..."s konklusion 1 vedrører behov for bedre frafaldsstatistik og for et nuanceret begreb om frafald, hvor frafald opfattes som en proces over tid og ikke som en statistisk og pludselig hændelse.

Forsøgsundervisningen i Svendborg, som her dokumenteres og analyseres, bygger på en opfattelse af frafald og indsats imod frafald som noget processuelt over tid. Elevers forudsætninger og engagement ses i forsøgsundervisningen som karakteristika, der kan vise sig at være stabile, men som også kan italesættes og indgå i forandringsprocesser med tydeligt fokus på at udvikle forudsætninger og engagement. Forsøgsundervisningens didaktiske tilrettelæggelse åbner mulighed for, at eleverne udvikler matematiske færdigheder i et helhedsperspektiv, der omfatter problemløsningsadfærd, koncentration og forestillede teori-praksis-sammenhænge. Potentielt kan dette have positive effekter på elevernes engagement og selvværd

over for matematik og mere generelt over for at deltage i erhvervsuddannelse.

Konklusion 2 vedrører ændringen af elevsammensætning på erhvervsskolerne de sidste 10-12 år, hvor frafaldet er steget, og elevernes hjemmebaggrund er blevet mere ressourcetsvag, og hvor flere har dårligere forudsætninger for at gennemføre. Her peges også på, at elever primært engagerer sig i konkrete færdigheder i relation til praktikplads og job, og lærere tillige forventer 'engagement i skoleaktiviteter som at møde til tiden og vise interesse for faget'. Det understreges, at erhvervsskoler og deres undervisningsform generelt har potentiale til at fastholde svagere elever, hvilket begrundes i mulighederne for at skille sig ud fra elevernes erfaringer fra tidligere skolegang.

Forsøgsundervisningen i Svendborg eksemplificerer engagementet hos elever og lærere og viser, at erhvervsskoler kan forøge deres potentiale til fastholdelse af svagere elever gennem didaktiske tiltag i relation til matematik.

Konklusion 3 vedrører dynamikken mellem lærer og elever og mellem eleverne indbyrdes som en betydende faktor for frafald. Her peges på faglige læringsfællesskaber, værkstedet som læringsarena, omsætning af teori til praksis, mentorer, idræt samt lærernes praktiske erfaring.

Det nævnes også, at 'det er demotiverende for alle elever, hvis nogle elever får for lang snor i forhold til det faglige arbejde og de opstillede regler for afleveringer, deltagelse osv,' og at 'der er et indbygget dilemma for lærerne i, at de både skal fastholde frafaldstruede svage elever og sikre et højt fagligt niveau. Der er eksempler på, at nogle undervisere anlægger en "vent og se"-tankegang og venter på, at de svageste falder fra.

Forsøgsundervisningen i Svendborg eksemplificerer dynamikken mellem lærere og elever og viser, hvad der sker, når institutionen ikke venter på, at de svageste falder fra.

Konklusion 4 vedrører lærepladssituationen som en væsentlig frafaldsårsag – især for svagere elever.

På forsøgsholdene i Svendborg er der eksempler på, at elever, der får læreplads, er meget motiverede for at lære, og i interviewene med os giver eksempler fra lærepladsen.

Konklusion 5 vedrører grundforløbenes organisering, hhv Clear Cutmodellen (CC), hvor eleverne fra starten opdeles efter faglig og social formåen, og Wait And See-modellen (WAS), hvor eleverne opdeles efter 15-20 uger, når skolen i højere grad

kender deres faglighed. WAS-modellens organisering af grundforløbet har på nogle skoler en samlet positiv model- og skoleeffekt i forhold til fastholdelse og bidrager dermed til en mindskelse af frafaldet.

Forsøgsundervisningen i Svendborg tilføjer ikke noget til denne konklusion.

### 2.3/ **To syn på særlige tilbud i matematik**

For eleverne i målgruppen kunne der samtidig være andre problemstillinger end matematik, eller det kunne alene være matematikken, der truede fastholdelse og gennemførelse. Der eksisterer to grundlæggende syn på, hvad der karakteriserer relevante tilbud til elever i matematikvanskeligheder. Det ene syn ser matematisk kundskab og deltagelse som en rettighed for alle. Når det iagttages, at et menneskes matematiske kundskab og deltagelse er en stopklods i forhold til egne behov og samfundets behov, så bør der ifølge dette syn være et undervisningstilbud, der i så stor udstrækning som muligt rydder denne stopklods af vejen, uanset om der også er andre stopklodser i spil. Det første syn omfatter også, at en succesfuld nyåbning af matematisk læring for et menneske potentielt kan have spillover effekt på at rydde andre stopklodser af vejen. Det andet syn ser andre stopklodser som mere betydningsfulde og som forudsætninger for matematisk kundskab og deltagelse: Hvis eleven fx også har læse-skrivesproglige problemer, har motivationsmæssige problemer, eller der er systemiske stopklodser, så skal de behandles først, og først derefter skal der anvendes ressourcer på indsatser med fokus på matematikvanskeligheder.

Forsøgsundervisningen byggede på det første syn om matematisk kundskab og deltagelse som en rettighed for alle: eleverne fik tilbuddet, fordi der var indikationer på, at de var i store matematikvanskeligheder, og eleverne fik tilbuddet, uanset om de også kunne være i andre typer vanskeligheder.



## 3. Ramme for forsøgsundervisningen

### 3.1/ De femten principper - oversigt

Forsøgsundervisningen var tilrettelagt i et samarbejde mellem selvstændig konsulent Pernille Pind, matematiklærer Per Horne, Svendborg Erhvervsskole, og FVU-matematiklærer Karin Jessen, CSV Sydfyn. Som led i tilrettelæggelsen formulerede de femten principper som centrale og styrende for den didaktiske tilgang i forsøgsundervisningen. De femten blev betegnet som didaktiske elementer og beskrevet i et 4-siders papir (Pind, Horne & Jessen, 2012). De femten var fremkommet ud fra eet foregående pilotforløb, idet de femten delvist var anvendt i planlægningen af pilotforløbet og delvist blev konstateret som 'det var faktisk sådan, lærerne gjorde i pilotforløbet'.

De femten blev formuleret under følgende overskrifter i 2012-papiret:

- 1 God tid inden
- 2 Ikke fast pensum
- 3 God tid til faget og den enkelte elev
- 4 To lærere hele tiden
- 5 Sociale og affektive faktorer
- 6 Kontakt med faglærerne og eleverne undervejs
- 7 Evaluering
- 8 Lidt nyt og noget gammelt hver gang
- 9 Elevernes mundtlige sprog

- 10 Relevante konkrete materialer
- 11 Bringe passiv viden til aktiv viden
- 12 Tal
- 13 Tydelig problemløsningsadfærd
- 14 Gæt
- 15 Materialer

I den følgende uddybning af de femten lægges der vægt på intentioner bag elementet og på en præcisering af elementets betydning for den detaljerede tilrettelæggelse og udførelse af forsøgsundervisningen.

### 3.2/ De femten principper - uddybet

#### 1 God tid inden

Intentionen med at afsætte lærerarbejdstimer inden forsøgsundervisnings start var at udtrykke anerkendelse af den enkelte elevs situation og forudsætninger. Intentionen var også at skabe et fundament af fælles oplevelse og viden, så lærer og den enkelte elev kendte til hinanden på forhånd. Lærerne skulle få en viden om den enkelte elevs oplevelser og interesser i forhold til matematik. Muligvis var der dårlige oplevelser, angst, modvilje og regnehuller i elevernes bagage, muligvis var der interesser for matematik, der ikke var blevet opdyrket. Lærerne ville også få viden om, hvorvidt eleverne eventuelt

havde haft specialundervisning eller var blevet diagnosticeret. Eleverne ville få et vist indblik i, hvad forløbet ville gå ud på, og hvad der ville blive forventet af dem.

Konkret var der afsat gennemsnitligt 6 timer pr. elev. En af timerne foregik med Karin Jessen og den enkelte elev i en systematisk samtale. Fire timer blev afsat til lærernes forberedelse og efterbehandling. Den sidste time blev anvendt i løbet af forsøgsundervisningen til korte besøg hos de enkelte elever i deres faglige undervisnings- og værkstedstimer.

## 2 Ikke fast pensum

Intentionen med at undlade et på forhånd bestemt pensum var at give mulighed for præcist at ramme elevernes faglige forudsætninger og motivation, som de ville vise sig i den konkrete undervisningssituation.

Konkret blev der planlagt med overskrifter på en række basale matematiske emner og processer. Det blev også understreget, at den konkrete udformning af undervisningen skulle være relevant for elevernes uddannelse og liv. Endelig blev det understreget, at 'det skulle gøres enkelt, og at det ikke kunne gøres for enkelt'.

## 3 God tid til faget og den enkelte elev

Intentionen med at skabe et læringsrum, hvor elever og lærere oplever, at 'der er god tid', var at give muligheder for i situationen at kunne gå tilbage, når noget ikke syntes at lykkes og føre til læring. Der skulle være mulighed for at kunne gentage, for at tage indholdet op på nye måder og for at kunne gribe relevante vigtige ting undervejs.

Intentionen med at have få elever på et hold var, at kunne give mulighed for fællesundervisning med deltagelse af alle holdets deltagere.

Intentionen med at have få elever på et hold sammen med princippet, om to-lærerundervisning var at kunne give mulighed for at en lærer kunne samtale med og vejlede en eller få elever i dybden i et længere tidsrum, når det i situationen ville være relevant og muligt.

## 4 To lærere hele tiden

Intentionen med to-lærersystemet var som nævnt at kunne give mulighed for, at en lærer kunne samtale med og vejlede en eller få elever i dybden i et længere tidsrum, når det i situationen ville være relevant og muligt.

Konkret blev det planlagt at udnytte i forsøgsundervisningen, at de to lærere, Per Horne Jensen og Karin Jessen, havde forskellige kompetencer. Per Horne Jensen skulle udnytte sin teknisk faglige baggrund til at fremlægge nye emner, hvor Karin Jessen under fremlæggelserne var observerende og klar til at hjælpe de enkelte elever. Begge lærere bevægede sig i den øvrige del af undervisningen rundt blandt eleverne og samarbejdede med eleverne individuelt og i små grupper. Begge lærere kunne tage eventuelle fællesdrøftelser med grupper eller hele holdet, som i situationen viste sig relevante. Det indgik i planlægningen, at de to lærere efter afslutningen på hver kursusgang evaluerede dagens undervisning.

Ved siden af selve forsøgsundervisningen havde Karin Jessen hovedansvaret for visitationssamtaler, og Per Horne Jensen besøgte eleverne i deres værkstedsundervisning.

## 5 Sociale og affektive faktorer

Baggrunden for at have opmærksomhed på sociale og affektive faktorer var en erkendelse af, at faglig læring hos den enkelte elev er en helhed af kognitive og affektive sider. Baggrunden var også en erkendelse af, at den enkelte elevs læring er en helhed af individuelle og sociale sider. Synet på hver enkelt elevs matematikudvikling var, at den var skabt i sociale sammenhænge inden erhvervsuddannelsen og at den ville blive gen- og nyskabt i sociale sammenhænge i forsøgsundervisningen og i resten af erhvervsuddannelsens teoretiske og praktiske situationer.

Konkret skulle de første samtaler sikre, at eleverne fra starten var klar over, 'at alle var i samme båd', var trygge ved lærerne og følte, at deres oplevede vanskeligheder blev anerkendt.

Konkret var det hensigten, at eleverne efter første session skulle kende hinanden så godt, at de fra den følgende session kunne spørge hinanden til råds og afprøve idéer sammen. Alle eleverne skulle tilmelde sig en sms-service, så de 30-45 minutter før lektionen startede, ville få en fælles sms fra Per Horne Jensen. Eleverne fik mulighed for at tage pauser i løbet af en kursusgang, når de ville. Desuden blev det pålagt eleverne at tage mindst én pause undervejs i en kursusgang.

## 6 Kontakt med faglærerne og eleverne undervejs

Det blev formaliseret, at Per Horne Jensen undervejs i forløbet skulle gå rundt på skolen til hver enkelt elev og samtale med eleverne om deres igangværende arbejde. Ligeledes skulle Per Horne Jensen kontakte elevernes faglærere. Intentionen hermed var at understrege, at læringen i forsøgsundervisningen skulle være relevant og skulle bidrage til elevernes fastholdelse på erhvervsuddannelsen. Intentionen var også at demonstrere, at skolen som helhed bakkede op om forsøgsundervisningen.

## 7 Evaluering

Intentionen var, at evaluering skulle tilrettelægges og gennemføres af hensyn til eleverne. Evalueringen skulle vise elevernes udvikling fra for-test til efter-test for at give eleverne et relevant input til deres selvopfattelse i forhold til matematik og i forhold til at indgå i undervisning med henblik på at lære. Pilotprojektets resultater antydede nemlig, at det gav eleverne 'et kæmpe selvværdsboost at se en fremgang'.

I den løbende evaluering skulle lærerne være opmærksomme på, hvornår og hvilke fremskridt eleverne gjorde. Lærerne skulle også påvirke eleverne til selv at blive opmærksomme på deres egne fremskridt, hvad enten de blev anset for små eller store. Lærerne, især Karin Jessen, skulle tydeligt angive: "*Nu kan du koncentrere dig i 2 timer*", "*Nu kan du selv gå i gang*" og lignende.

## 8 Lidt nyt og noget gammelt hver gang

Forsøgsundervisningen blev tilrettelagt i dobbeltlektioner. Det blev tilstræbt at have tre matematiske emner eller processer hver gang. Hver gang skulle der være mest genkendeligt og kun lidt nyt. Hver gang skulle have et nyt emne og to tidligere emner med en ny synsvinkel. Dagens tre emner skulle tydeliggøres for eleverne ved lektionens start.

Intentionen hermed var at bruge gentagelser som læringsmiddel og at støtte elevernes selvtillid.

## 9 Elevernes mundtlige sprog

Det var en intention at have fokus på sproglige aspekter ved matematiklæring.

En idé var at få begrebsnavne og andre ord 'ud af munden på eleverne' for dermed at støtte tænkningen: 'Det er lettere

at tænke rektangel, hvis man har sagt rektangel'. En anden idé var at få eleverne til at sætte ord på deres forståelser, og så selvom de ikke ville bruge de specifikke fagord. En tredje idé var at have fokus på sproget i tekster. Fx på at genkende om der lægges op til plus, minus, gange eller division i en tekst. Fx på at kende termer som "til hver", "i alt", "pr. stk.", "gange", "fordele" og "tilbage".

## 10 Relevante konkrete materialer

Med intentioner dels om at støtte elevernes begrebsdannelse, dels om at støtte elevernes evne til transfer mellem forsøgsundervisningen og de faglige dele af erhvervsuddannelsen, blev der lagt vægt på at inddrage relevante konkrete ting. Det skulle være ting til at tage i hænderne, og helst ting der var relevante i forhold til de faglige dele af uddannelsen og i forhold til kommende erhverv. Det kunne være brædder såvel som træklodser og aluminiumsfigurer. Det kunne dog også være specifikke konkrete materialer udviklet til matematikundervisning, fx plastikfigurer til udfoldning.

## 11 Bringe passiv viden til aktiv viden

Intentionen med at søge at bringe passiv viden til aktiv viden var, at eleverne kunne få bevidstgjort og sprogliggjort deres matematikviden fra praktiske situationer, herunder fra værksteder på erhvervsuddannelsen. Muligvis var eleverne ikke i forvejen klar over, at de havde denne viden. Ved en bevidstgørelse og sprogliggørelse af en sådan praksisviden til teoretisk viden var det intentionen, at eleverne kunne bringe den tilbage igen til praksis og forbedre deres brug af denne viden i praksis.

## 12 Tal

Intentionen med at sætte et særligt fokus på tal var, at eleverne kunne lære at 'ændre svære tal til nemmere tal', dels for bedre at kunne forholde sig til tallet, dels for at kunne foretage overslagsregning.

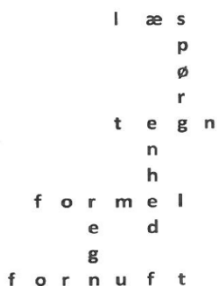
Konkret blev det planlagt at afsætte tid til, at eleverne lærer at læse og udtale store tal, fx ved brug af tusindtals-separator. Igen var det en grundidé, at 'hvad der kommer ud af munden kommer bedre ind i hovedet.'

Konkret blev det også planlagt at arbejde med, at eleverne visualiserede og kropsliggjorde talstørrelser. Læreren kunne fx

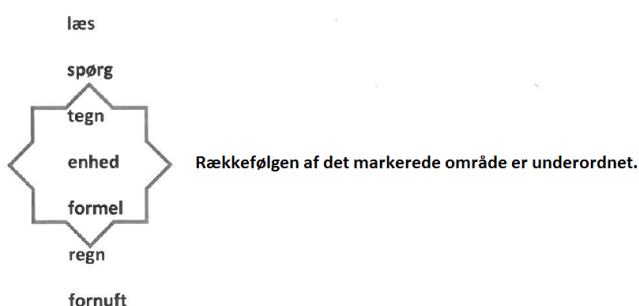
sige: "Prøv at vise mig, hvor stor den angivne længde er i virkeligheden".

### 13 Tydelig problemløsningsadfærd

Som et selvstændigt læringsmål skulle der arbejdes systematisk med problemløsningsadfærd. Det kunne der argumenteres for med kompetencebegrebet i danske læreplaner for matematikundervisning, hvor en af otte matematiske kompetencer netop er problemløsningskompetence. Der kunne også argumenteres for dette ud fra problemløsning som en generel kompetence for det 21. århundrede. Konkret skulle der i forsøgsundervisningen arbejdes metakognitivt med spørgsmålsformål som: Hvilken problemløsningsadfærd er (ikke) hensigtsmæssig, og hvordan kan problemløsningsadfærd tydeliggøres? Der blev udviklet to modeller for hensigtsmæssig problemløsningsadfærd.



Figur 1: Problemløsningsadfærd 1. (Pind, Horne & Jessen, 2012).



Figur 2: Problemløsningsadfærd 2. (Pind, Horne & Jessen, 2012).

### 14 Gæt

Der var flere intentioner med at gøre det at gætte til en central bestanddel af forsøgsundervisningen:

Affektivt og socialt kunne det give en god stemning på holdet, 'hvor man ville kunne sige noget skørt, som andre ville grine af, fordi det er sjovt, og ikke fordi man var til grin.

At gætte tænkes at give eleverne mulighed for at sætte ord på noget, der ellers kunne være svært.

At gætte tænkes at give eleverne mulighed for at oparbejde en god vane for matematiklæring og matematikbrug. Det blev angivet, at det kun var svagt præsterende, der holdt sig tilbage med at gætte; men det at gætte var en integreret del af dygtige matematikeres arbejde.

Konkret blev det planlagt at bruge 'Gæt' som konkurrence om at gætte længder, gætte hvad der er i en lukket kasse, gætte antal osv. Hensigten var at udnytte konkurrenceelementets motiverende effekt.

### 15 Materiale

Det var endelig en intention at skræddersy materialer til eleverne for at imødekomme deres eventuelle behov for enkelt formulerede opgaver og enkle tal. Her blev nævnt materialer fra fx M+, sysform.dk og emat.dk.

#### 3.3/ En model med undervisningssituationen i centrum

I analysen af forsøgsundervisningen anvender vi en didaktisk model, der viser en række centrale problemfelter og deres indbyrdes relationer. (Modellen blev udviklet april 2011 af Jeppe Bundsgaard, Niels Bonderup Dohn, Ingelise Flensborg, Lisbeth Hastrup, Vibeke Hetmar, Sven-Erik Holgersen og Lena Lindenskov fra Forskningsprogrammet for Fagdidaktik. Vi udviklede modellen til modulet Almendidaktik på Kandidatuddannelsen i Didaktik.) Modellen kan anvendes bredt, og her vil den blive anvendt på et bestemt fag, matematik, i en bestemt institutionsmæssig sammenhæng, erhvervsuddannelse.

Det er afgørende for modellen, at undervisningssituationen bliver sat i centrum, her forsøgsundervisnings situationer. Man må forestille sig parallelle situationer i den almindelige matematikundervisning, i områdefaglokalerne og på værkstederne. Relationer til disse har stor betydning for forsøgsundervisningen.

I situationen indgår tre centrale faktorer, nemlig underviser, elever og læremidler. Underviseren er i forsøgsundervisningen de to lærere. Typisk for skoler er det én lærer, og i undervisningssituationer på eksperimenterier, museer og naturskoler kaldes det vejleder, kursusleder eller pilot.

Underviserne udfører underviserarbejde, hvilket også indebærer klasse-, undervisnings- og læringsledelse. Lærernes mundtlighed og gestik og lærernes skriftlige udtryk på papir og tavle er vigtige elementer.

Eleverne (kursister, studerende, besøgende) er i situationen for at lære matematik og at bruge matematik, og i forsøgsundervisningen også for at lære at lære matematik, at lære at forstå deres egen relation til matematik og at lære at udvikle deres læringsadfærd. I modellen er der to elever for at understrege, at der så godt som altid er flere elever og derfor relationer mellem disse. Ligeledes er der forskellige relationer mellem de enkelte elever og læreren samt læremidlerne.

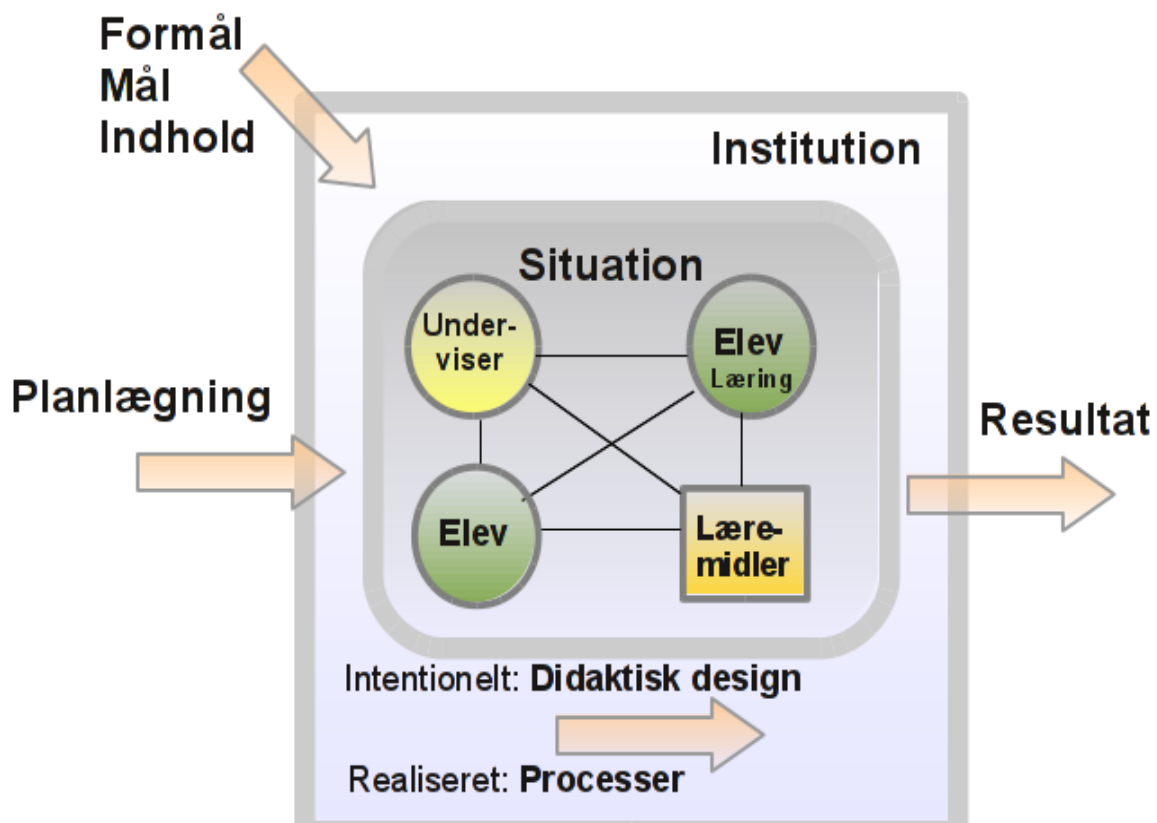
Den sidste faktor, kaldet læremidler, henviser til de materielle fænomener, der indgår i lærernes og elevernes aktiviteter. Læremidler er i forsøgsundervisningen beregningsværktøjer, konkrete materialer og værktøjer og materialer fra matematikundervisning og områdefagene i erhvervsuddannelsen.

Situationen som sådan, bestående af deltagere, artefakter og rumdesign samt evt. af virtuelle rum, er et problemfelt for sig. Der rejser sig fx spørgsmål om, hvad rummets design betyder

for relationer mellem deltagerne, hvilke aktivitetsformer der er mulige, hvordan rummet kommunikerer, hvilke tavler der er osv. I den forstand kan man sige, at rummet er et (funktionelt) læremiddel.

Undervisning foregår i en institution, her på en erhvervsskole. Problemstillinger, der relaterer sig til institutionens betydning for situationen, kaldes institutionsdidaktiske. Institutionsdidaktik kan forholde sig både til situationelle spørgsmål som elevernes relation til institutionen, til spørgsmål om særlige begrundelser for valg af indhold og til spørgsmål om institutionens relation til den samfundsmæssige kontekst.

Hvor de hidtil omtalte faktorer har materielle aspekter, så er de øvrige faktorer af en anden art. Det drejer sig for det første om spørgsmål vedrørende formål, mål og indhold i undervisningen. De tre resterende faktorer relaterer sig til refleksioner hhv. før, under og efter situationen. Planlægning handler om at komme fra formål og mål med forsøgsundervisningen via planer og didaktiske principper til planlægning af undervisningen, og i forsøgsundervisningen handler det om lærernes



løbende evaluering og tilpasning af mål. I undervisningssituationen foregår der processer i form af lærer- og elevaktiviteter og håndtering af redskaber, og det er organiseringen af disse, der er omdrejningspunktet for undervisningsmetoder. Når undervisningen er gennemført, er der et resultat i form af elevernes kompetenceudvikling, men også i form af forandrede opfattelser og relationer, såsom elevtilfredshed, fagopfattelse og personlige relationer.

Alle didaktiske modeller er udtryk for til- og fravalg. En model er et billede af et fænomens indre relationer eller af relationer mellem fænomener. Derved fremhæves nogle aspekter af fænomenet, mens andre skjules. Med modeller kan man se igennem det specifikke for at kunne se det generelle, og modeller kan derfor bruges til at se, hvordan det specifikke konkretiserer de generelle fænomener. [Tilpasset fra undervisningsplan 2012 for modulet Almendidaktik]

De 15 didaktiske principper var formuleret i planlægningen af forsøgsundervisningen og fungerede som intentioner i undervisningssituationen. De tre forskningsspørgsmål, som præsenteres herefter, rettede sig til forskellige dele af analysemodellen. Første spørgsmål gav anledning til beskrivelser af undervisningssituationen med data fra timeplanen, interview med forsøgslærere og observationer og struktureret efter de femten principper. Andet spørgsmål rettede sig mod resultaterne af forsøgsundervisningen med sammenholdning af visitationssamtaler, start-og eftertest og elevernes fastholdelse og frafald. Tredje spørgsmål gav en sammenfatning, hvor resultaterne blev set i lyset af interviews med elever og lærere.

## 4. Forskningsspørgsmål

### 4.1/ Tre spørgsmål

Første spørgsmål, som gav anledning til beskrivelser af undervisningssituationen, primært ud fra timeplaner, interviews med forsøgslærere og observationer:

*På hvilke måder praktiseres de didaktiske elementer, som på forhånd er sat op, og som undervisningen planlægges efter?*

Andet spørgsmål, som rettede sig mod resultaterne af forsøgsundervisningen med sammenholdning af visitationssamtaler, start-og eftertest og elevernes fastholdelse og frafald:

*Virker elementerne efter deres hensigt?*

Tredje spørgsmål, som gav en sammenfatning, hvor resultaterne blev set i lyset af interviews med elever og lærere:

*Hvilke elementer i forsøgsundervisningens indhold og struktur er med til at fastholde eleverne i uddannelse?*

## 5. Forskningsdesign

### 5.1/ 13 besøg med dataindsamlinger

En ting er programmerklæringer om didaktisk tilrettelæggelse, men hvor langt rækker det i praksis, hvordan praktiseres det af lærerne, og hvordan indgår eleverne? Programmerklæringer som de femten principper kan forstås på mange forskellige måder, fordi de fortolkes gennem læreres og elevers erfaringer og tidligere teoretiske forståelse, og de kan gennemføres på mange forskellige måder, fordi de gennemføres i konkrete sociale situationer. Derfor var det relevant at observere undervisningen og interviewe elever og forsøgslærere.

Ligeledes blev spørgsmålet om, hvorvidt forsøgsundervisningen var effektiv i forhold til, om eleverne faldt fra forsøgsundervisningen, og om eleverne blev fastholdt på erhvervsuddannelse, efterfulgt af overvejelser over, hvordan andre skoler og andre lærere og elever skulle kunne anvende gode og dårlige erfaringer fra forsøgsundervisningen i egne tilsvarende initiativer. Til brug for sådanne overvejelser var det også relevant at få tætte beskrivelser af undervisningen og at få vurderinger fra elever, forsøgslærere og andre lærere på skolen. For at kunne beskrive erfaringer fra forsøgsundervisningen, så de kunne blive brugbare for andre, var designet for forskningsundersøgelsen lagt an på kvalitative analyser af observationer af undervisningen og interviews med elever, forsøgslærere, faglærere og matematiklærere på Svendborg Erhvervsskole. Observationerne blev foretaget med fokus på de didaktiske princippers praktisering, og efterfølgende interviewede observatørerne elever om deres oplevelse af for-

søgsundervisningen og dens betydning. Endvidere blev der ved enkelte besøg foretaget interviews af forsøgslærere, elevernes andre matematiklærere og faglærere. Der var i alt fem ansatte på IUP (DPU) involveret i observationer og interviews, som blev foretaget på 13 besøg fra 24. september 2012 til 24. juni 2013, sådan som det fremgår af følgende skema:

Observation	Elev int	Elev int efter	Lærer int
H1	1e H1		forsøg 1
H1	1e H1		forsøg 2
H1	1e H1		fag 1
H2	1e H2	1e H1	fag 2
H2	1e H2		fag 3
H2	1e H2		
		3e H1 + 1e H2	
H3	1e H3	2e H2	
Matund			
H3	1e H3		
Matund			Mat
H3	1e H3		
		3e H3	forsøg 1+2

Som det ses, blev der foretaget tre besøg på hvert af de tre hold H1, H2 og H3 med observationer. Ved hvert af disse i alt ni besøg var der interview med en elev fra undervisningen. Ved disse besøg eller ved yderligere besøg blev elever fra alle



tre hold interviewet, efter at deres forsøgshold var afsluttet. Desuden blev forsøgslærerne interviewet ved start og slut, udvalgte matematik- og områdefaglærere blev interviewet, og der var observation i almindelig matematikundervisning.

### 5.2/ **Kvantitative data om effekter**

Til vurdering af hvordan forsøgsundervisningen har virket for eleverne er observationer og interviews blevet suppleret med en række kvantitative opgørelser. Besvarelse og opgjort rigtighedsprocent blev indsamlet fra elevernes starttest og sluttest. Visitationstest og noter fra visitationssamtaler blev også indsamlet, og endelig blev der indhentet data oktober 2013 fra skolen om fastholdelse og frafald blandt eleverne.

### 5.3/ **Baggrundsgruppe**

Der har desuden været tre baggrundsgruppemøder med deltagelse af

Bente Hye Nielsen, Svendborg Erhvervsskole

Elsebeth Pedersen, Undervisningsministeriet

Dorthe Jørgensen, IUP Aarhus Universitet

Jens Storm, CSV Sydfyn

Karin Jessen, CSV Sydfyn

Katrine Kirsted, IUP Aarhus Universitet

Lars Lindahl, Undervisningsministeriet

Lena Lindenskov, IUP Aarhus Universitet

Niels Egelund, IUP Aarhus Universitet

Per Horne Jensen, Svendborg Erhvervsskole

Pernille Pind, selvstændig konsulent

Ved baggrundsgruppemøderne fremlagde forsøgslærerne foreløbige indtryk og resultater, hvilke også blev dokumenteret og indgår som data.

## 6. Praksis

### 6.1/ Undervisningen

Undervisningen foregik i et stort ordinært klasselokale. Elevernes stole og borde var opstillet på rækker med front mod en stor tavle på den ene endevæg. Hvert af de tre hold bestod af ca. 8 elever fra forskellige fagområder. De to lærere, som var tilknyttet forsøgsundervisningen, var med i alle sessioner bortset fra enkeltstående tilfælde.

Det var denne undervisning, der var den centrale baggrund for behandlingen af alle tre forskningsspørgsmål.

### 6.2/ Første forskningsspørgsmål

Med det første forskningsspørgsmål

*På hvilke måder praktiseres de didaktiske elementer, som på forhånd er sat op, og som undervisningen planlægges efter?*

gives en beskrivelse af undervisningen ud fra observationer og interviews med forsøgslærere og elever. Denne beskrivelse tager udgangspunkt i de enkelte didaktiske principper hver for sig.

#### 1 God tid inden

Intentionen med det didaktiske element 'god tid inden' var, at de to lærere brugte tid på at lære hver enkelt elev at kende, inden forløbet påbegyndtes, både med hensyn til matematisk kunnen og selvforståelse og mere bredt om elevens situation for at få indblik i den enkelte elevs vanskeligheder og evt. di-

agnoser, dårlige som gode oplevelser med matematik, angst, modvilje, huller og interesser.

Lærerne dokumenterede de indledende visitationssamtaler, hvor der bl.a. indgik en test. Sammen med lærernes erfaringer fra uformelle snakke med eleverne og deres lærere, blev dette brugt i planlægningen af forsøgsundervisningens start.

I testen var der fokus på elevernes faglige færdigheder indenfor overslagsregning, de fire regningsarter, grundlæggende geometri (omkreds, areal og rumfang), decimaltal, enheder, problemløsning, ligninger og procentregning. I interviewdelen indgik elevernes sociale forhold, baggrund, tidligere oplevelser af matematik, og hvorvidt de selv oplevede vanskeligheder med brug af matematik i hverdagen.

Det er ifølge lærerne ikke tilstrækkeligt at sikre eleverne et grundlæggende niveau, for ét er elevernes faktiske niveau, noget andet er, om eleverne oplever, at de er klar til og kan dygtiggøre sig og lære nyt. Eleverne skal kunne føle sig trygge. De skal opleve, at de har en viden, som de kan stå på og gå videre fra. Det er, ifølge lærerne en betingelse, at eleverne er på sikker grund.

Lærerne fortalte, at både 'god tid inden' og undervisningen de første gange havde fokus på at skabe en tryghed for den enkelte elev. Derfor arbejdedes der med matematikfaglige emner, som eleverne kendte fra tidligere, og der blev skabt et fælles grundlag og et trygt læringsmiljø for eleverne. I Per

Horne Jensens overvejelser omkring de første undervisningsgange indgår det

*"at få dem til at føle sig fuldstændig trygge med det, de gør, og til at starte med skal de arbejde med noget matematik, de kan i forvejen..."*

Vi observerede, at lærerne gennem hele forløbet tog sig tid til at tale med eleverne i selve undervisningen, også om ting, der ikke var specifikke for den matematik, de arbejdede med. Fx den 22.01.13 hvor Per Horne Jensen tog sig tid til at snakke med en elev om hendes deltagelse på holdet.

Per Horne Jensen: *"De første 14 dage har vi ikke gjort noget for at lære dem noget nyt, der har vi gjort en masse for at finde frem til det, som de kunne". Der er fokus på "Yes"-oplevelser – for jo mere tør de".*

## 2 Ikke fast pensum

Intentionen var at holde det matematiske indhold tilstrækkeligt enkelt og tilpasse det til elevernes behov og forudsætninger. Undervisningen skulle være målrettet det, som eleverne havde brug for. Fokus var på at eleverne skulle indse, at de kunne bruge det i deres uddannelse. Undervisningen blev bygget op med enkeltheder og med opgaver, der skulle være tilgængelige. Karin Jessen gav udtryk for vigtigheden af, at det ikke skulle være for kompliceret, og at eleverne nogle gange bare havde brug for at få at vide, hvad de skal gøre, her eksemplificeret ved en undervisningsgang, der omhandler ligninger *"jeg prøvede at forklare nogle, at I skal tage formelen sætte tingene ind som i (...) tage det step by step og så have noget helt konkret..."*.

Karin Jessen er opmærksom på at observere under undervisningen og skriver løbende dagbog over, hvilke ting der fungerer, og hvilke der ikke gør med henblik på tilretning ved næste forløb, samt hvad der eventuelt skal arbejdes videre med den efterfølgende undervisningsgang. Der foretages dermed en form for løbende evaluering og ændring af pensum. Lærerne snakker løbende sammen om, hvad der skal ske af ændringer, og om der er nogle elever, der har brug for at få gentaget noget af stoffet. *"... vi kan godt se, at der er nogle ting, der lige skal repeteres en gang mere."* Det er også i sådanne tilfælde, at lærerne overvejer, om der skal differentieres i materiale, da nogle elever har 'styr på' visse dele af

emnet og evt. skal udfordres med noget lidt sværere, som fx for 2 elever på hold 1: *"... de kan lige klare noget, der er lidt sværere, måske noget med gange og dividere, men de andre skal nok have plus og minus igen og med en x."*

Vi observerede i undervisningen, at pensumopfattelsen som noget ikke fastlagt, gav mulighed for, at lærerne improviserede, når der var behov for det. Her kunne der både være tale om praktiske årsager, såvel som pædagogiske grunde. Fx var der en episode med en elev, der havde svært ved at anvende de vinkelmålere, der var til rådighed, da hun ikke var vant til at bruge den type. Læreren forsøgte at invitere eleven til at prøve, men havde også observeret, at den pågældende elev havde en tilbøjelighed til at sige nej frem for at risikere et nederlag. Derfor valgte læreren at lade eleven springe opgaven over. Lærerne var bevidste om, at: *"man skal kun skubbe til en vis grænse"*, og om, at det vigtigste i forsøgsundervisningen ikke var at få udført en bestemt del af pensum på et bestemt tidspunkt.

Et andet eksempel på, at undervisningen blev tilpasset til elevernes behov for enkelhed, overværede vi i forbindelse med undervisning i metersystemet og enhederne i dette. Her fik eleverne bl.a. udleveret et omregningsark, som de kunne anvende til at visualisere de enkelte enheder og deres sammenhænge.

Eleverne fik henimod afslutningen af forløbet mulighed for at arbejde med matematik fra deres almindelige matematikundervisning. Når de havde fået styr på alt det grundlæggende, kunne de arbejde videre med deres almindelige matematikhæfte, og selvom det kunne virke lidt irriterende for dem at skulle lave Per Horne Jensen opgaver først, anerkendte de også efterfølgende vigtigheden af dette. En elev udtalte: *"... men havde jeg ikke haft de ark der, så havde jeg ikke fået det lært."*

Eleverne kunne på den måde godt arbejde med noget forskelligt i slutningen af forløbet, og således var der tale om faglig spredning og differentiering af undervisningen på holdene.

8 elever og 2 lærere gør det muligt for lærerne at nå rundt og hjælpe og giver dem endvidere mulighed for at gå i dybden med en problematik. Det blev observeret, at lærerne ofte be-

nyttede sig af dette. På hold 3, arbejder de på et tidspunkt med vinkler og med at repetere gradstørrelser og mundtlig terminologi:

L: "Hvad er den her (peger)?"

E3: "90 grader"

L: "Hvad kalder man den ellers?"

E2: "Retvinkel"

L: "Hvad kalder man den her?"

E1: "Lodret og den anden er vandret."

Læreren Per Horne Jensen fornemmede, at der var en motivation, der kunne bære lidt mere, og fortalte videre om, hvordan man tidligere ved hjælp af en snor havde fundet ud af, om en ting var lodret, og om tidligere tiders tro på, at havoverfladen var vandret - på trods af, at man i visse situationer godt kunne se jordens krumning.

At der ikke er fast pensum gav sig også udtryk i en observation, hvor Per Horne Jensen brugte 15 min sammen med E4 på at gennemgå opgaver med arealberegning.

Fokus var på grundlæggende færdigheder, hvor målet var at styrke elevernes grundlæggende matematikfærdigheder og problemløsningsadfærd. Det handlede om at skabe et fagligt grundlag, som eleverne kunne bygge videre på i deres almindelige matematikundervisning. Per Horne Jensen udtaler:

"Men vi bliver nødt til at have denne her bund først..." Derfor var niveauet ikke højt i starten af forløbet, da det i høj grad handlede om at få eleverne i gang med at udvikle sig, og det var først muligt at flytte dem, når de også følelsesmæssigt var parate til det. "de skal også føle sig trygge ved det, og det er ligesom målet med det: At finde de steder, hvor de alle sammen føler, at de står på sikker grund. Før kan vi ikke begynde at flytte dem.."

Eleverne arbejdede selvstændigt i deres eget tempo med de udleverede opgaveark. For Per Horne Jensen var det vigtigt, at matematikken var genkendelig for eleverne, og de første par gange i forløbet handlede det om at skabe tryghed for den enkelte elev. Derfor arbejdes der med matematikfaglige emner, som eleverne kendte fra tidligere, og der blev skabt et fælles grundlag og et trygt læringsmiljø for eleverne.

### 3 God tid til faget og den enkelte elev

Intentionen med at have god tid til faget og den enkelte elev var at kunne tilpasse undervisningen, så eleverne blev i stand til at være aktive. Per Horne Jensen fortalte: "Vi arbejder max 20 min med et emne, så starter vi på noget andet. Det her er en anden måde at lave matematik på". "De skal ikke gå hjem fra de her matematiktimer og sige: Jeg ved ikke, hvad der skete.. De må ikke sige: Jeg sad på stolen, men jeg var ikke mentalt til stede. De skal være aktivt til stede."

Undervisningen blev desuden bygget op med intentionelt enkle undervisningselementer og med opgaver, der var tænkt til at være umiddelbart tilgængelige. Men også dette skulle kunne tilpasses eleverne. Lærerne understregede betydningen af et kompleksitetsniveau, der svarede til elevernes aktuelle forudsætninger og motivation.

Denne Vygotsky-inspirerede stræben kan eksemplificeres med hvilket forklaringsniveau, lærerne gav i konkrete undervisningssituationer. For eksempel er ligninger - både opstilling af ligninger (matematisering) og løsning af ligninger - en alment kendt udfordring for matematikundervisning. Lærerne fortalte, at nogle gange var det relevant, at eleverne fik konkret at vide, hvad de skulle gøre, når de løste en ligning.

Den løbende tilpasning af indhold og forklaringsniveau var krævende for lærerne, men også givende ifølge deres egen vurdering.

Efter hver undervisning overvejede de to lærere sammen, hvordan der skulle arbejdes videre med emnerne i eventuel gentagelse på indeværende forsøgshold, og hvordan der skulle tilrettes ved næste forsøgshold. Der blev således foretaget en form for løbende evaluering og ændring af pensum. Lærerne talte herunder også om, hvorvidt nogle elever havde brug for ekstra gentagelser "... vi kan godt se, at der er nogle ting, der lige skal repeteres en gang mere." Det er også i sådanne tilfælde, at lærerne overvejede, om der skulle differentieres i materiale, hvor nogle elever evt. skulle udfordres med noget lidt sværere, som fx for to elever på hold 1: "de kan lige klare noget, der er lidt sværere, måske noget med gange og dividere, men de andre skal nok have plus og minus igen og med en x."

Eleverne kan på den måde godt arbejde med noget forskelligt i slutningen af forløbet, hvorved der også er en stor faglig spredning og differentiering af undervisningen på holdene. Noget der fremmes meget af, at der er god tid til faget og til den enkelte elev.

#### 4 To lærere hele tiden

8 elever og 2 lærere gjorde det muligt for lærerne at nå rundt og hjælpe alle eleverne, når der var individuelt og gruppevis arbejde. Det gav også mulighed for at gå i dybden med en problematik.

Der har fra starten været en tydelig og aftalt rollefordeling mellem de to lærere. Per Horne Jensen har behandlet stof med det samlede hold og været vejledende over for eleverne på tomandshånd eller i gruppearbejde. Karin Jessen har fungeret som observatør og har været vejledende over for eleverne på tomandshånd eller i gruppearbejde med meget tæt kontakt med enkeltelever. Eksempelvis behandlede Per Horne Jensen ved tavlen fælles for holdet areal, vægt og rumfang den 12.11.12, og den 22.01.13 talte Per Horne Jensen om cirkler ved tavlen med to elever, imens Karin Jessen talte med en tredje elev om en opgave.

#### 5 Sociale og affektive faktorer

Når eleverne visiteres, blev de forberedt på, at alle på holdet var i samme båd. Det er dog ikke sikkert, at eleverne var bevidste om dette fra starten, og da vi ikke har observeret den første undervisningsgang på nogle af holdene, kunne vi ikke sige, hvordan det giver sig udtryk i starten af forløbet. Vi kunne dog konstatere, at eleverne var bevidste om det senere hen i forløbet. På hold 3 udtrykker en elev det således: " *Ja, også det, at de elever, der er i klassen, har samme problemer, som jeg selv har, gør også det hele meget bedre, synes jeg.*"

En anden elev fra samme hold udtrykker det således: " *Vi sidder så få mennesker, fordi vi alle sammen har svært ved matematik - det er derfor, vi sidder her.*"

Der bliver også givet udtryk for, at netop niveauet og følelsen af, at alle er i samme båd har en stor betydning, og at forsøgsundervisningen adskiller sig fra elevernes almindelige matematikundervisning. " *når man så ikke en gang kan følge med på et F-niveau, så kan man godt sidde og føle sig lidt*

*dum, og det gør man ikke herovre [i forsøgsundervisningen], fordi der er vi alle sammen nogenlunde på samme niveau.*"

Eleverne gav udtryk for, at de følte sig trygge i undervisningen, både ved at de turde spørge lærerne om hjælp, men også hinanden. På et tidspunkt hjalp to elever en anden elev med at forstå, hvordan det kunne være, at når man ganger et tal med  $\frac{1}{2}$ , bliver resultatet mindre. Eleverne havde en afslappet holdning, og der blev joket frem og tilbage mellem Per Horne Jensen og elever om faglige emner, men også om hverdagsting. Fx en dag, hvor en af eleverne kom for sent til undervisningen, kommenterede Per Horne Jensen, om DSB ikke havde fået at vide, at eleverne skulle møde klokken 10.00. På hold 1 oplevede vi, at eleverne følte sig trygge til at være mundtligt med i timerne, mens der ikke var den samme form for engagement på hold 2 og 3. Det observeres også, at eleverne på hold 1 fungerede bedre socialt og at de snakkede mere med hinanden, både om faglige og ikke faglige ting, hvor der var mere arbejdsro på de andre hold, og at eleverne i lidt større udstrækning henvendte sig til læreren og mindre til de andre elever.

Lærerne skabte en ramme, hvor der var plads til at arbejde i det tempo, der passer til den enkelte, og hvis man ville have musik i ørerne eller mobiltelefon fremme, så måtte man i princippet gerne det. Eleverne bestemte også selv, hvornår de ville holde pause. De måtte holde så mange pauser de ville, men minimum en. Dette praktiseres ved, at de selv bestemte, og desuden kunne én af lærerne (som regel Karin Jessen) foreslå dem at holde en pause, hvis de fx var gået lidt død i en opgave, eller hvis resten af holdet holdt pause på det tidspunkt. Eleverne på hold 1 spurgte hinanden, om de ville med ud og holde pause, og skabte dermed et socialt rum også i pauserne. Det var dog ikke alle elever, der havde oplevet det som, at de selv måtte bestemme, hvornår og hvor mange pauser de måtte holde, og derfor ventede de på lærerens anvisning.

Eleverne er selv med til at opbygge de sociale spilleregler, der gælder i klasserummet, og også med til indirekte at håndhæve dem over for hinanden. Eleverne har dermed medbestemmelse i forhold til at bestemme de sociale normer

på holdet og de såkaldt sociomatematiske normer om, hvad der på holdet matematisk set forventes og tillægges værdi i lærernes og elevernes ytringer og handlinger.

## 6 Kontakt med faglærerne og eleverne undervejs

Per Horne Jensen besøgte eleverne løbende i deres almindelige undervisning. Ikke som formelle besøg, men et kig forbi og en ordveksling om det arbejde, som eleven var i gang med. Det er ikke noget, som eleverne opfatter som planlagte besøg, men som at 'han kom lige forbi'. Lærerne tillægger det stor værdi for elevernes tryghed. Per Horne Jensen udtalte:

*"Det er vigtigt for mig at vide, at de er så trygge ved situationen, så de tør sige, at det her fatter jeg altså overhovedet ikke noget af. Det er formålet med, at jeg også tilbringer så meget tid med dem uden for undervisningen".*

## 7 Evaluering

Lærerne understregede, at en for-test og en efter-test var vigtige for elevernes erkendelse af, at de havde lært noget. På den måde var testene til for elevernes skyld. Lærerne understregede også vigtigheden af at tale med eleverne om resultatet. *"men det har en utrolig god effekt, at eleverne får, at vide at nu har de forbedret sig 50% og.. eller 75, og så prøver vi også at snakke lidt med dem om, at det jo også er forskelligt, det skal tolkes. Du kan jo godt have forbedret dig uden at have så stor en procentstigning, hvis du har haft temmelig mange rigtige i starten af forløbet. For så kan du jo ikke forbedre dig 50% altså. (...) Det har i hvert fald haft en rigtig god effekt"* Målet var på den måde at give eleverne et selvværdsboost og ikke mindst gøre dem bevidste om, at de havde gjort fremskridt. Det bekræftes af eleverne, at testene havde stor betydning, og en elev beskrev, hvordan det havde gjort hende bevidst om sine fremskridt. *"Ja, at kunne se, hvor langt man rykker, gør at man så føler sig lidt mere klar, når man skal ud på arbejdspladsen. At du ved, at du har faktisk gjort fremskridt, i stedet for at du bare kommer ud og er intetvidende, om hvor langt du er nået. Altså at du sætter lidt større krav til dig selv, når du ved, at du kan. Så kan du også rykke dig."* for- og efter-test var indført med det i tankerne, at man ikke kunne se udviklingen fra session til session, men fra start til slut. Per Horne Jensen forklarede det således: *"Man skal have tålmodighed undervejs, men skal ikke regne med, at man kan måle*

*resultater efter hver time eller uge. For til at starte med er det nogle meget, meget små ting, som eleverne bliver stoppet på."*

Lærerne var i timerne opmærksomme på at iagttage og gøre eleverne opmærksomme på selv de små fremskridt. Dette var hovedsagligt Karin Jessens rolle, men vi observerede også, at Per Horne Jensen gjorde det i praksis. Løbende evaluering var således en del af den anerkendende praksis, eleverne blev mødt med. En elev fra hold 3 fortalte om, hvordan Per Horne Jensen opmuntrede ham til, at han godt kunne finde ud af det, og at han havde gjort fremskridt: *"Jeg står og kigger på en opgave i hæftet, hvor jeg bare tænker 'suk, det var den, jeg ikke kunne finde ud af sidst.' Og så siger Per så til mig 'prøv at se på de opgaver, du har lavet her på arket, jamen, det er jo i grunden det samme, som du har i hæftet.' Jamen, nårh ja, okay, så forstår jeg, og så får jeg lavet det."* En elev på hold 2 syntes dog ikke, at han fik nok feedback, da han oplevede, at han var hurtigere færdig med opgaverne end de andre og fik dem godkendt af læreren uden kommentarer.

## 8 Lidt nyt og lidt gammelt hver gang

Undervisningen var bygget op omkring dobbeltlektioner. Undervisningens didaktiske design er kendetegnet ved at indeholde 3 emner hver gang, hvilket i store træk stemmer overens med praksis. Der er enkelte undtagelser som fx den 24.09.12, hvor der bliver gennemgået 4 emner. Begrundelsen for dette er, at Per Horne Jensen er fraværende gangen efter, og derfor tager der hul på det, som de ifølge planen skulle have gennemgået der.

Undervisningen var tilrettelagt således, at der hver gang skulle være mest genkendeligt og kun lidt nyt. Helt konkret handler det om, at der var et nyt emne og to gamle som introduceres med en ny vinkel. Som regel var undervisningsstrukturen kendetegnet ved, at Per Horne Jensen startede med at introducere det nye emne på tavlen, hvorefter eleverne arbejder selvstændigt med det, og efterhånden som de blev færdige, fik de udleveret arbejdsark med opgaver fra de gamle emner. Der var desuden diverse pauser i strukturen med fx gæst, en makker opgave, eller noget som skulle forklares for alle på tavlen. Det nye emne, der blev præsenteret var, så vidt muligt koblet op på et tidligere emne, som allerede var gennemgå-

et. Den 24.09.12 startede timen ud med vinkler, som var koblet op på figurgenkendelse, og cirkler og grader, som tidligere var blevet gennemgået. Da eleverne havde arbejdet med vinkler ved at bruge en vinkelmåler, fik de udleveret ark til emner, som de havde haft før. Denne gang var det overslag og regnehistorier.

Den undervisningsgang, hvor areal introduceres, har eleverne gangen før arbejdet med rektangler og kvadrater, og arealberegninger af disse figurer er derfor udgangspunktet.

Selvom der er gentagelser ved at bringe gamle emner på banen, har de somme tider en ny vinkel- og dermed en faglig udvikling uden blot at være repetition. Et af de gamle emner den 23.10.12 er ligninger, som eleverne har arbejdet med gangen før. Her arbejdede de med ligninger uden  $x$  (der var en tom plads, hvor  $x$  skulle stå). Denne undervisningsgang starter de med opgaveark uden  $x$ , men bagefter får de udleveret opgaveark med  $x$  på den "tomme" plads.

Det var meningen, at dagens tre emner skulle tydeliggøres for eleverne ved lektionens start, men ingen af de gange, hvor vi har observeret, har dette været tilfældet.

Den overordnede ramme for undervisningen med de femten principper havde ligget fast for de tre forsøgshold fra starten. Men de konkrete opgaver kreerer lærerne weekenden inden hver session. Per Horne Jensen fortalte, at det jo skulle tilpasses elevernes aktuelle niveau og motivation. På en af sessionerne bestod det nye i introduktion til "vinkelmåleren" og "omkreds".

### Elevernes mundtlige sprog

Intentionen med at have elevernes mundtlige sprog som princip for tilrettelæggelsen af undervisningen blev beskrevet ved at 'det er lettere at tænke rektangel, hvis man har sagt rektangel'.

Lærerne udtrykker, at også hukommelsesovervejelser er en baggrund for at lægge vægt på elevernes mundtlige sprog. Som en af lærerne udtrykker det "Man kan ikke lære forståelsen, hvis ikke man har et ord at sætte det på. Har man ikke det, bliver det ikke hængende. Og på dette og de tidligere hold, der har eleverne simpelthen ikke været i stand til at sige de ord. Hvordan skal de så kunne huske dem, hvis de ikke

engang kan sige dem. Så sproglighed i matematikken kommer ind der. Der er tale om et sprogligt matematikniveau, som er meget lavt, men vi kan ikke hoppe over det, for så forstår eleverne ikke noget af alt det andet vi snakker om". En stor del af undervisningen skal omhandle, at eleverne bliver stadig mere mundtlige. Eleverne skal sætte ord på deres forståelser, også selvom de ikke kender de fagord, der dækker. Dette ses mest ved fællesundervisningen, som er præget af gennemgang på tavlen. Vi har observeret, at ved nogle fælles gennemgange får Per Horne Jensen eleverne til at genfortælle noget, som de tidligere har lært, altså som en repetition. Vi har også observeret, at eleverne en gang skulle mundtliggøre, hvordan man tegner et parallelogram ved at guide Per Horne Jensen igennem det på tavlen. Desuden bliver der gennemgået diverse geometriske figurer, og Per Horne Jensen er opmærksom på, at eleverne får sagt navnene på figurerne. Per Horne Jensen gør meget ud af at spørge eleverne, når han fremlægger for alle. Det er mest simple lukkede spørgsmål, som eleverne besvarer med enkelte ord.

Eksempel på fællesundervisning med Per Horne Jensen ved tavlen:

P: *Hvad hedder den her E1*

E1: *En firkant.. jeg gik lige i stå.. et rektangel*

P: *Hvad skal der til, for at det er et rektangel?*

E1: *En side er lige så lang som den anden side, og den er 90 grader hele vejen rundt*

P: *Hvad er omkredsen?*

E2: *Hvad er omkredsen?*

E3: *Det er, når du plusser siderne*

P: *Omkreds betyder simpelthen, hvor langt er der hele vejen rundt. Man kan måle det med en tommestok eller en snor. Kunne vi gøre noget andet?*

E3: *Vi kunne sige 2 plus 5 gange 2.*

P: *Det kunne vi, for så er vi nået halvvejs. Men hvad skal jeg så huske?*

E3: *(Vi) skal huske parenteser.*

Efterhånden som eleverne nåede længere hen i forløbet, blev de mere modige og var mere aktivt deltagende, når Per Horne Jensen gennemgik ved tavlen. Undervisningen blev mere dialogorienteret, og eleverne spurgte ind med ting, der undrede dem. Fx da de gennemgik arealberegninger, og Per Horne Jensen spørger: "Hvad skal der stå til sidst?" og en elev svarede " $m^2$ ", hvorefter en anden elev spurgte, om man også kunne skrive  $m^1$ . Per Horne Jensen redegjorde herefter for



sammenhængen.

Ved gætteopgaver influeres eleverne til at være mundtlige, ved at de skal komme med et kvalificeret gæt på en opgave. Per Horne Jensen har stillet dem. Det observeres, at meget af arbejdet foregår med individuelle ark, som eleverne løser selvstændigt. Under dette arbejde er der ro i klassen, og der bliver mundtliggjort, når eleverne henvender sig for hjælp. Enkelte gange er det også observeret, at elever taler sammen om en opgave, og på denne måde mundtliggør eleverne deres læringsprocesser. Fra interviews med elever erfarer vi, at flere af eleverne oplever, at de samarbejder med andre elever.

Lærerne stillede ikke krav om, at elevernes sprog skal være fagsprog, men om at eleverne satte ord på deres forståelse. Fx når en elev kaldte en cylinder for en lang, rund ting.

Forsøgsundervisningen lagde også op til, at eleverne fik fokus på sproget i tekster. Eleverne skulle arbejde med at kunne genkende, om der blev lagt op til at anvende plus, minus, gange eller division i tekster. Eleverne skulle ligeledes arbejde med at genkende udtryk som "i alt", "til hver", "pr. stk", "gange", "fordele" og "tilbage". Dette vil være en forudsætning for en styrkelse af elevernes faglige læsning.

### Relevante konkrete materialer

Idéen er, at eleverne skal få kendskab til matematiske forhold gennem undersøgelse og manipulation med relevante konkrete materialer i hænderne. Materialerne skal helst være relevante i forhold til elevernes faglige uddannelse og kommende erhverv, som fx brædder, klodser og aluminiumsfigurer. Vi har enkelte gange observeret, at elever anvender sådanne materialer i forhold til opgaveløsning eller fælles gennemgang og tavleundervisning. Det skete fx, da eleverne blev introduceret til areal og rumfang i form af forskellige metalklodser. Eleverne var i første omgang tilskuere til lærerens brug af metalklodserne, og derefter fik eleverne selv materialet imellem hænderne i en gætteleg. Her skulle eleverne prøve at gætte vægten af metalklodserne. Da eleverne skulle arbejde med rumfang og areal, havde Per Horne Jensen en masse figurer med som fx en terning og en cylinder. Figurene blev vist frem, mens læreren fortalte om areal og rumfang. Figurene var specifikke, konkrete matematiske materialer, som

illustrerer begreber og former, der anvendes i erhvervsuddannelserne.

Der er en udbredt brug af hjælpemidler som lommeregner, vinkelmålere, linealer og andet. Disse er autentiske, konkrete materialer, som eleverne vil komme til at bruge i andre dele af uddannelsen og i erhverv.

### Bringe passiv viden til aktiv viden

Passiv og aktiv viden og praktisk og teoretisk viden indgår i komplekse sammenhænge med hinanden, hvilket tydeligt fremgår af, hvordan det didaktiske princip realiseres i undervisningen. Den formulerede intention var ganske vist at søge at bringe passiv viden til aktiv viden, så eleverne kunne få bevidstgjort og sprogliggjort deres matematikviden fra praktiske situationer, herunder fra værksteder på erhvervsuddannelsen. Muligvis var eleverne ikke i forvejen klar over, at de havde denne viden. Ved en bevidstgørelse og sprogliggørelse af en sådan praksisviden til teoretisk viden var det intentionen, at eleverne kunne bringe den tilbage igen til praksis og forbedre deres brug af denne viden i praksis. Det gav store udfordringer for forsøgsundervisningen.

I forsøgsundervisningen starter lærerne med at tage udgangspunkt i matematiske elementer, og de kobler derefter elementer fra erhvervsuddannelsen på. Første skridt synes således at være at oparbejde en tryghed over for tal, matematik og regnemåder. Karin Jessen fortæller om baggrunden for denne beslutning. Det konkrete, som kan forekomme nogle indlysende, kan for andre mennesker være meget komplekst, især hvis man selv skal anvende tal og matematik på det: "*Vi har nogle gange anvendt nogle opgaver blot med et hus og med nogle mål angivet på papiret. Eleverne skal så finde ud af, hvor stort arealet er af fx den her gavl. Men det kan faktisk blive for konkret, og hvis der er en lille smule tekst på, så kan eleverne ikke koble det sammen med noget, og de går fuldstændig i stå. Vi har derfor som lærere snakket om, at det skal vi nok vente med lidt endnu.*" På et af forløbene talte vi også med Per Horne Jensen om dette. Han bekræftede lærernes fælles opfattelse af, at der er en udvikling, der må gå forud, før eleverne er i stand til at koble matematikken til deres erhvervsmæssige fag. Efter 5. lektion i et forløb vurderede Per Horne Jensen, at eleverne ikke var klar til at koble praksis



sammen med matematik. "Men man kan ikke tage noget af det direkte og overføre til deres fag i øjeblikket, for matematikmæssigt er de slet ikke der. Det skulle de gerne blive i løbet af de her 10 uger. Og når de uger er gået, skulle det gerne være sådan, at de skulle være i stand til at begynde på den matematik, som har med deres fag at gøre."

Eleverne gennemgår en proces, hvor det langsomt kan gå op for dem, hvordan de skal bruge matematikken i deres fag, og at det er nødvendigt for dem at lære og forstå matematikken, før de kan bruge det i deres fag. Karin Jessen udtalte på et tidspunkt: "Jeg tror også, at det er derfor de er interesserede nu. De har indset, at 'vi' altså er nødt til at kunne areal, vi er nødt til at kunne noget med metersystemet, og hvordan man omregner. Vi er nød til..." Per Horne Jensen forklarer, hvordan de starter fra bunden, og når eleverne har styr på det, begynder de at koble matematikviden sammen med værkstedsviden. "Så begynder der at blive bygget på med noget, som har med de specifikke grupper at gøre - de arbejder jo med noget forskelligt - der bliver det mere kørt ud på deres fag." Alt efter hvilket erhverv eleverne er fra er det forskelligt, hvilken matematik som er mest praksisorienteret for dem. "Når vi snakker arealberegning, er det af interesse for malere, fordi det er den vigtigste beregning, de overhovedet skal kunne. Fx at de skal regne ud, hvor meget tapet og hvor meget maling, der skal bruges her. Og det kan de udelukkende ud fra, at der på spanden står, at den her maling dækker syv kvadratmeter eller et eller andet, og så er de nødt til at finde ud af, jamen, hvor meget skal vi have. Og for tømrerne handler det meget om vinkler og konstruktioner og sådan noget, at få fornemmelse for størrelser og rumlighed. Selvfølgelig skal de også kunne noget gøre med arealer og kunne regne ud, hvor stort et gulv er osv. osv. Men der handler det meget om vinkler og lignende.. "Snedkerne ligner tømrerne noget. Smedene anvender også meget med vinkler og lignende, men også vægtberegning, idet deres kalkulationer baserer sig på vægt. Så de skal have en fornemmelse af vægt, og hvad specifikke ting vejer, hvordan finder jeg ud af det og hvorfor."

Længere henne i forsøgsundervisningen (lektion 11 og 13 i vores observationer) bliver praksis koblet på matematikken. Vi observerede en kobling mellem praksis og teori, når der

blev brugt eksempler fra praksis til at understøtte teorien. Karin Jessen beskriver det, som at lærerne "... prøver at inddrage elevernes hverdag, og det er meget væsentligt, at vi ikke prøver at inddrage noget, som slet ikke interesserer dem." Vi observerede et eksempel, hvor eleverne skulle lære om areal. Per Horne Jensen redegør med et eksempel på, hvordan areal kan bruges, når man skal finde et gulvareal, og når malerne skal vide, hvor stor en væg er, for at vide, hvor meget maling der skal bruges. Efterfølgende spørger en elev, hvorfor han skal regne arealet ud af en trapez - hvortil Per Horne Jensen svarer, at det ikke er altid, at de vægstykker, der skal males, er pæne rektangler. Den samme undervisningsgang har Per Horne Jensen fokus på at relatere det matematiske til elevernes fremtidige erhverv med kommentarer som: "Håndværkere har øjne, der kan se, hvordan det skal se ud" og "... og fordi I er håndværkere eller ved at blive det, så skal I også kunne se hvordan det ser ud." Et tidspunkt, hvor Per Horne Jensen bærer praksisviden til teoretisk viden er, da eleverne arbejder med begrebet diameter og dets sammenhæng med størrelsen af forskellige bor: "Hvis der nu står  $\varnothing=16\text{mm}$ , så betyder det, at hullet er 16mm. Så skal vi ud og have fat i et 16 mm bor. Det bygger på, at man selvfølgelig skal vide, at  $\varnothing$  er diameteren på hullet. På lignende vis, da eleverne skal arbejde med vinkler, bliver de alle sammen spurgt om, hvor de bruger vinkler i deres fag.

P: Hvor skal du bruge vinkler henne?

E2: Vinkel på et møbel

P: Du skal mest bruge rette vinkler ikke?

E3: Det samme. Hvis det er vinklerne, der står på papiret?

P: Bilen er lidt ligeglads med, om vejen er skæv.

E1: Jeg bruge det, når jeg skal indstille...

Endelig har vi også observeret en session, hvor eleverne skal gætte vægt, hvilket især imødekommer smedenes behov.

## Tal

Med princippet om tal er der også fokus på mundtligheden i form af mundtliggørelse af tal. Lærerne sikrer, at der bruges tid på, at eleverne lærer at læse og at udtale store tal. Det foregår fx, hvor eleverne skal omregne i metersystemet:

P: Så er der et nul mere og et mere. Hvad står der så?

E3: 1000

E3: kg, ned til gram. Det er 5000.

Når der arbejdes med vinkler og med, hvor mange grader der er rundt i en cirkel, bliver eleverne også udfordret i deres mundtlighed inden for tal og ligeledes i deres hovedregning.

'E2+P: 47 (aflæser)

P: Ja.. men vi skal lige have den op og ligge på linjen.

E2: 30.. 130?

P: Der står 60 der.. så.. Vi skal følge en linje.

P: Lige midt i mellem 70 og 80,,

E2: 74?

P: Arh, 75 tror jeg, der skal stå.

E2: 180 - det er jo lige de vinkler.

P: To og to er i enige.. men I fik 180 alle sammen.

Samtidig skal eleverne italesætte det at lave svære tal om til nemmere tal, dels for bedre at kunne forholde sig til tallene, dels for at kunne foretage overslagsregning:

P: Så har vi  $20+20+8$ .. Kan du se, at det er det, vi har snakket om.. finde de nemme tal..

Vi har også observeret, at eleverne arbejder med overslagsregning blandt andet i forbindelse med 'Gæt'. Her er der også fokus på, hvornår det er vigtigt at være præcis. Som eksempel arbejdes der med  $\pi$ , hvor eleverne opfordres til at vælge  $\pi$ -knappen på lommeregneren i stedet for at skrive og regne med det forkortede 3,14.

### Tydelig problemløsningsadfærd

I forbindelse med problemløsningsarbejde søger lærerne efter, at eleverne skal kunne bruge deres egen sunde fornuft. Lærerne påpeger, at det som håndværker er vigtigt at inddrage praksis i sin tankegang og at stille spørgsmålstejn ved, om det, man laver, nu også er realistisk. Eleverne får en sæntens af Per Horne Jensen: "*Så længe i holder fast i fornuft, kan I aldrig komme helt galt af sted*".

Eleverne opfordres til at tydeliggøre deres forestillede fremgangsmåde, inden de løser en opgave, og til at huske at stille sig selv spørgsmål om det, som de evt. ikke forstår.

Per Horne Jensen fortæller, at der kan være andre metoder end den, man forestiller sig, og at der ikke er en bestemt rigtig metode: "*Vælg en metode, som virker for dig og hold fast i den*".

Lærerne opfordrer også eleverne til at huske at skrive formelne ned sammen med den fremgangsmåde, som de har valgt. Karin Jessen vurderer, at problemløsningsadfærden har været en udfordring for eleverne, og Per Horne Jensen vurderer, at problemløsningsadfærden er et af de vigtigste didaktiske elementer i forsøgsundervisningen: "*... og så få trænet problemløsningsadfærd, så man siger, vi skal have en fast strategi for, hvordan man løser et matematisk problem, og hvis vi kan løse et hvilket som helst matematisk problem, med den samme strategi, så er det rigtig godt*".

### Gæt

Det at bruge gæt som konkurrence er tænkt til at være motiverende og at styrke overslagsregning og talfornemmelse. Vi har observeret eleverne gætte længder, gætte antal, gætte hvad der er i en kasse, osv. Vi har observeret flere måder at arbejde med gæt i undervisning. Én måde er konkurrencepræget, hvor eleverne fx skal gætte indholdet af en bestemt kasse. Kassen bliver sendt rundt, og eleverne kan ryste den, lytte til den og så gætte, hvad der er i kassen, samt antal og form. Alle skiftes til at gætte, indtil opgaven er løst. Per Horne Jensen siger om opgaven: "*Kassen med ting er rigtig god i nogle tilfælde. I dag kom eleverne hurtigt frem til, hvad der var i kassen, men andre gange går kassen rundt 4-5 gange*".

Fx skal eleverne bruge deres matematiske kundskaber, når de skal gætte, hvad forskellige metalklodser vejer. Eleverne snakkede sammen om, hvordan de skulle gætte, og de engagerede sig i opgaven. De blev enige om at prøve at sammenligne klodserne med madprodukter som fx 1 liter mælk. Efterfølgende blev deres gæt placeret i intervaller, som Per Horne Jensen havde angivet. Ingen ramte det præcise tal, men alle gæt blev sat ind i intervaller.

Det er meget forskelligt, hvordan der bliver fulgt op på elevernes gæt. Det kan ske på tavlen, med intervalinddelingerne eller klassen kan være fælles om at finde løsningen. Fx hvor eleverne først individuelt skal overveje, hvor meget vand der kan være i en cylinder i forhold til i en kegle. Bagefter ser holdet i fællesskab på, at Per Horne Jensen fylder vand i figurerne.

At 'gætte' bruges ikke blot som fællesopgave, men anvendes også som makkeropgaver som fx, da eleverne skal gætte koordinater i en opgave. Opgaven løses sammen to og to og er en blanding af en skattejagt og sænke slagskib.

Ikke alle former for gæt i undervisningen er konkurrenceprægede, fx ikke hvor gæt indgår i dialoger, hvor eleverne er med til at gætte de vinkler, der bliver tegnet på tavlen.

Per Horne Jensen tegner en cirkel med tavlepasseren:

P: *Heroppe har vi 90 grader, sagde E3. Hvor mange er der så her, Ved du det E1? Ved du, hvad 90 + 90 er?* (Til E2)

E2: *Øh 170*

P: *Arh, tæt på*

E3: *180*

P: *Hvad har vi så her?*

E1: *200 og..*

P: *200 er ikke forkert,*

E1: *270.*

I forbindelse med overslagsregning, udtalte Per Horne Jensen, at eleverne har brug for at kunne gætte kvalificeret og udtrykke det i ord eller tal, men at eleverne ofte er henholdende med at gætte. Det er som om, eleverne ikke tør gætte. I erhvervene er det vigtigt at kunne gætte, og Per forklarer, at det derfor er vigtigt, at eleverne får en forståelse af, at "*Det er mere forkert ikke at gætte, end det er at gætte forkert*".

## Materialer

De materialer der anvendes, skal tilpasses elevernes behov for meget enkle opgaver. Der hentes opgaver andre steder fx M+, sysform.dk og emat.dk.. Begge lærere bidrager meget med at foreslå opgaver. Per Horne Jensen står hovedsageligt

for at sammensætte materiale til den enkelte undervisnings-session.

Desuden anvendes konkrete matematerialer, som for eksempel metalklodser og vinkelmåler som beskrevet tidligere.

## 7. Effekter

### 7.1/ Andet forskningsspørgsmål

Svarene på det andet forskningsspørgsmål

*Virker elementerne efter deres hensigt?*

gives som samlet vurdering for alle tre hold, for hvert hold og for tre elevgrupper (Gruppe 1, Gruppe 2, Gruppe 3) opdelt efter, hvor godt eleverne besvarede starttesten.

#### **Forsøgsundervisningen var effektiv: To tredjedele af eleverne gennemførte**

16 af 23 visiterede elever gennemførte forsøgsundervisningen. Desuden flyttede én elev til almen ungdomsuddannelse på HF inden forsøgsundervisningen var afsluttet. Eleven, der startede på HF, er et eksempel på, at statistik over frafald bør være differentieret og adskille forskellige typer frafald fra hinanden.

#### **Forsøgsundervisningen var effektiv: Udsagn fra forsøgslærerne**

Forsøgslærerne så fremgang i matematisk selvopfattelse og problemløsningsadfærd. Det fremgik af citater om enkeltelever i interviews med forsøgslærerne: *"bruger i et vist omfang overslag"; "startede med at melde ud ikke at kunne finde ud af noget i matematik - stillede mange spørgsmål og blev ved (og) tør nu gå i gang med opgaver, der ikke er kendt på forhånd"; "virker stadig lidt usikker på egne evner, men bevæger sig i den rigtige retning"; "virker som en elev der gerne 'vil men mangler noget for rigtigt at rykke"; "har fået selvtillidsboost, og en betydelig forbedring af problemløsningsadfærd";*

*"er blevet bedre til at skrive ned, hvordan man når til resultatet".*

#### **Forsøgsundervisningen var effektiv: Udsagn fra andre lærere**

Både matematik- og områdefaglærere fortalte om store fremgange for elever, der havde deltaget i forsøgsundervisningen. Nogle af de interviewede lærere havde selv foreslået elever at deltage, og de havde konkrete erfaringer med disse elevers udvikling. Det drejede sig både om faglig og personlig udvikling. Der var også en del udsagn om, at eleverne var blevet gladere og havde fået mere mod og bedre forudsætninger for at deltage i det hele taget på skolen.

Både matematik- og områdefaglærere på skolen, som vi interviewede, udtrykte stor interesse for forsøgsundervisningen og stor respekt for den som et vigtigt tiltag på skolen.

#### **Forsøgsundervisningen var effektiv: Stor præstationsfremgang**

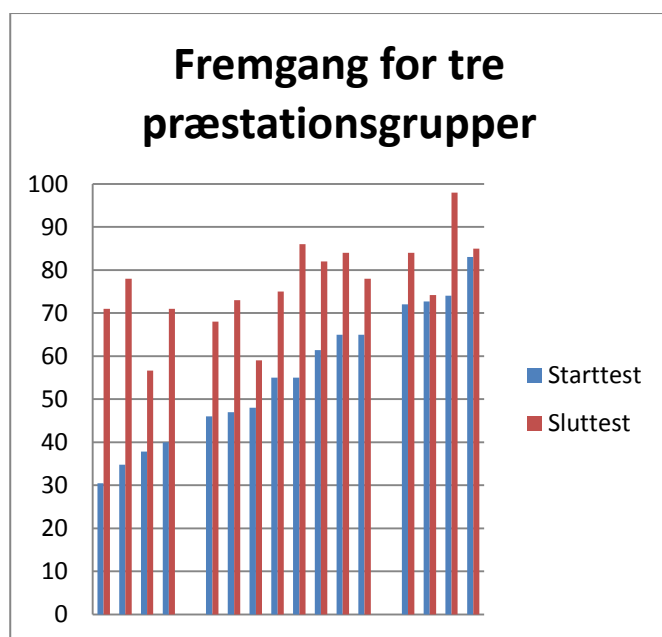
En for- og efter-test skulle tydeliggøre udbyttet for eleverne og blev også brugt til at vurdere effektiviteten af undervisningen. Testene bestod af 25 spørgsmål fordelt på 11 matematiske emner. Det omfattede multiple choice-opgaver, navngivning og skitsering af figurer, anvendelse af matematiske værktøjer, problemløsning og sans for størrelser.

13 af de 16 elever, der gennemførte, forbedrede klart deres præstation. Start- og slutresultaterne gav indikationer om ud-

byttet, og det blev uddybet med skriftlige vurderinger fra forsøgslærerne. Fx skriver forsøgslærerne om to elever med ens for- og efter-test, "De er blevet mere sikker på sig selv og deltager efterhånden mere aktivt" henholdsvis "har flyttet sig mere i positiv retning, end testen indikerer." Den sidstnævnte elev fortalte senere, at han havde været meget nervøs ved sluttesten. Begge elever blev i øvrigt fastholdt i erhvervsuddannelse.

### Forsøgsundervisningen var effektiv med fremgang både for elever med allersvagest matematisk baggrund og for elever med knap så svag baggrund

Der var resultater fra start- og sluttest for 16 elever. Når eleverne blev delt op i tre grupper efter, hvor gode præstationerne i fortæsten var [31 – 40 point – Gruppe 1], [46 – 65 point – Gruppe 2], [72 – 83 point – Gruppe 3], fik man følgende bilde:

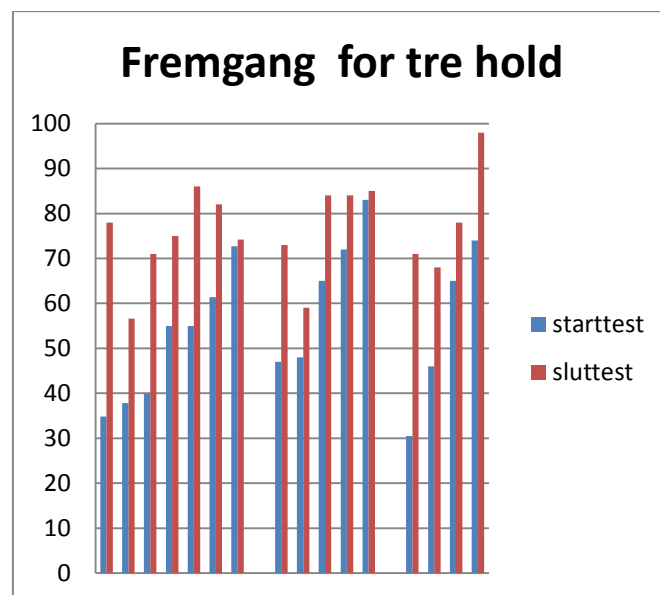


Figuren viser resultaterne på start- og sluttest hos 16 elever i de tre grupper. Y-aksen angiver procent rigtige svar, og x-aksen angiver eleverne.

Der ses en pæn fremgang for alle tre grupper. Den svagest præsterende gruppe med fire elever forbedrede resultaterne med mellem 50-133 %. Mellemgruppen med otte elever forbedrede resultaterne med mellem 23 og 56 %. Den bedst præsterende gruppe med fire elever med mellem 2 og 32 %.

### Forsøgsundervisningen var effektiv med forskellig fremgang på de tre hold

Hvor meget eleverne på hvert hold forbedrede deres præstationer, var forskelligt, ligesom det var forskelligt, hvor mange der gennemførte.



I gennemsnit havde eleverne på Hold 1 en resultatfremgang på knap 50 %. Mest markant for eleven med de færreste korrekte svar i fortæsten, og som til slut var blandt de højst scorende elever. Det understøttedes af et lærercitat: "en stor udvikling både hos os og i de praktiske fag. Eleven har flyttet sig langt mere, end vi havde turdet håbe på".

I gennemsnit havde eleverne på Hold 2 en resultatfremgang på over 20 %. Mest markant for eleven, hvorom læreren siger: "har udviklet sit syn på matematik i en særdeles positiv retning og er i en god udvikling".

I gennemsnit havde eleverne på Hold 3 en resultatfremgang på knapt 60 %. Mindst for en elev, der dog ifølge læreren fik ændret radikalt på sin tiltro til egne evner og klarede sig fint på sit almindelige matematikhold.

På alle tre hold var der således høj fremgang for de elever, der gennemførte; men der var visse forskelle i fremgang.

Der var også forskel i gennemførelsesprocent. På Hold 1 startede syv elever, og alle gennemførte. På Hold 2 startede otte elever, og fem gennemførte. På Hold 3 startede otte elever,

og fire gennemførte. Gennemførelsesprocenterne var således bedst på Hold 1. Der var 100 % på Hold 1, 63 % på Hold 2 og kun 50 % på Hold 3.

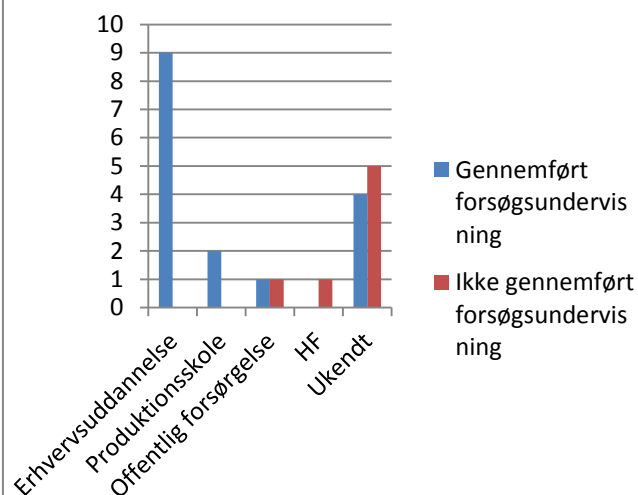
### Fastholdelse?

Men hvad førte den pæne fremgang med sig? Blev eleverne fastholdt, eller faldt de fra? Det viste sig, at forsøgsundervisningen var effektiv i den forstand, at halvdelen af de 23 visiterede elever, nemlig 12, stadig var i uddannelse efteråret 2013. (Heraf en, som flyttede til almen ungdomsuddannelse på HF under forløbet).

Det var slående, at fastholdelse i uddannelse var langt større blandt de, der gennemførte forsøgsundervisningen, end blandt de, der ikke gennemførte hele forsøgsundervisningen. Det var markant, at elever, der gennemførte forsøgsundervisningen, i stor grad blev fastholdt i uddannelse, nemlig to tredjedele (11 ud af 16). Det var også markant, at ingen, der ikke gennemførte forsøgsundervisningen, fortsatte på Svendborg Erhvervsskole. Endelig må nævnes, at det var ukendt for erhvervsskolen, hvad der videre skete med ni af de 23 visiterede elever.

Om de 16 elever, der gennemførte, vidste man efteråret 2013, at 11 var i uddannelse – ni på erhvervsuddannelse og to på produktionsskole, samt at en var på offentlig forsørgelse. De sidste fire var der ikke data på. Af de syv elever, der ikke gennemførte forsøgsundervisningen var ingen på erhvervsuddannelse, en var på HF, en på offentlig forsørgelse og fem var der ikke data på.

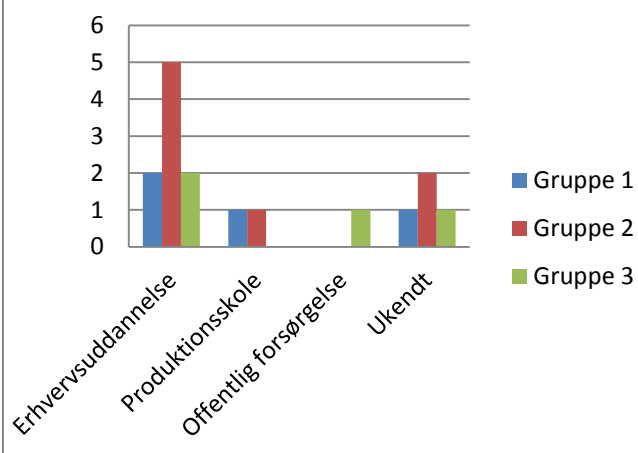
## Fastholdt i uddannelse?



### Forsøgsundervisningen var effektiv med fastholdelse både af elever med allersvagest matematisk baggrund og af elever med knap så svag baggrund

Var forsøgsundervisningen lige effektiv over for at fastholde elever med de allersvageste forudsætninger og elever med lidt bedre forudsætninger?

## Fastholdelse i tre præstationsgrupper



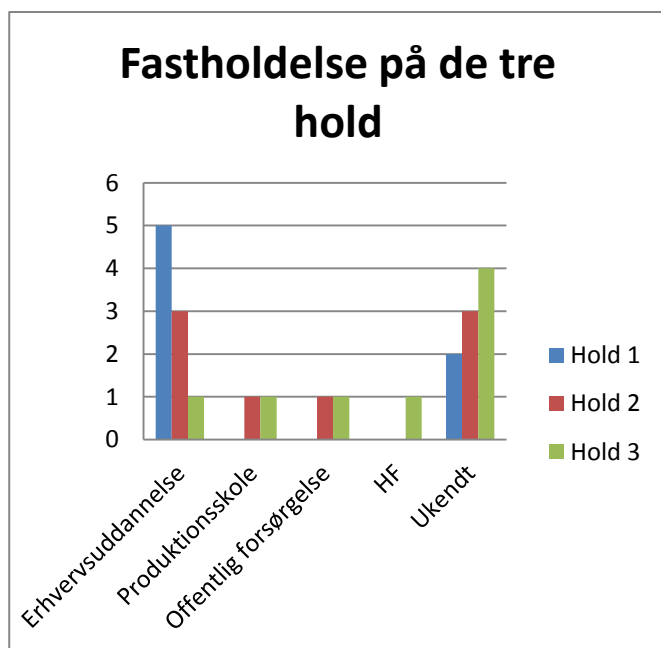
Det viste sig, at der ingen forskelle var på, hvor effektiv forsøgsundervisningen var for fastholdelse af de tre præstationsgrupper, hvor elever i Gruppe 1 havde de mest svage

starttest, og elever i Gruppe 3, havde de mindst svage starttest.

Der var således ikke nogen forskel på fastholdelse mellem de tre præstationsgrupper. Det er majoriteten i alle tre grupper der fastholdes i uddannelse.

### Forsøgsundervisningen var effektiv, med forskellig fastholdelse på de tre hold

På alle tre hold var der høj fremgang for de elever, der gennemførte; men der er forskel i fastholdelse på erhvervsuddannelse. Fastholdelsen var højest på Hold 1 med fem elever ud af syv. På Hold 2 blev tre ud af otte elever fastholdt i erhvervsuddannelse, og en startede på produktionsskole. På Hold 3 blev en fastholdt i erhvervsuddannelse, en startede på produktionsskole, og en startede på HF.



I forbindelse med forskningsspørgsmål 3 *Hvilke elementer i forsøgsundervisningens indhold og struktur er med til at fastholde eleverne i uddannelse*, vil denne forskel blive nærmere belyst.

### Forsøgsundervisningen var effektiv: Udsagn fra eleverne

Forsøgsundervisningen har også haft effekt på elevers egen opfattelse og andre læreres opfattelse af elevernes problemløsningskompetence. Flere elever beskriver, at de har lært at

komme i gang med en opgave. En elev formulerer det som at have lært at skrive op, hvad der skal regnes ud, og at det har givet rigtig meget forståelse for matematikken. Nogle af eleverne anvendte også deres noter og materialer fra forsøgsundervisningen i den efterfølgende almindelige undervisning. Nogle elever sagde direkte, at det var blevet meget lettere at forstå forklaringer i den almindelige matematikundervisning.

Det er ikke sådan, at alle elever fik lært alt, der var indeholdt i forsøgsundervisningen, hvilket slutttest-resultaterne også vidner om, og det er forskelligt fra elev til elev, hvad der blev vurderet som det sværeste og det letteste. En af eleverne fortalte fx, at det sværeste i forsøgsundervisningen var rumfang, og at det letteste var areal. Denne elev mente at have behov for at have god forståelse og færdigheder i rumfang, diameter og de 4 regningsarter, men ikke så meget behov for procentregning. Eleven mente også, at han ikke var blevet bedre til at udføre matematik i hovedet eller på lommeregner, men meget bedre til at regne på papir. Ifølge eleven gav det for ham meget mere forståelse at regne på papir end at regne på lommeregner.

Der er mange elevudsagn, om at undervisningen virker. En elev synes umiddelbart, at det er lidt irriterende, at forsøgsundervisningen har sine egne materialer og egne opgaver, da det ville være lettere, hvis eleverne blot kunne få direkte hjælp til den matematik, der er i resten af uddannelsen. Men eleven anerkender efterfølgende vigtigheden af de særlige materialer og opgaver: Elev X: "... *men havde jeg ikke haft de ark der, så havde jeg ikke fået det lært*".

Det er således både elever, forsøgslærere, faglærere og almindelige matematiklærere, der i interviews taler om, at eleverne lærer noget matematik gennem forsøgsundervisningen, at de får selvtillid, som i visse tilfælde kan række ud over matematikken selv, at de får styrket problemløsningsadfærd, samt at de deltager mere aktivt i den almindelige undervisning.

## 8. Hvad virker

### 8.1/ Tredje forskningsspørgsmål

Med det tredje forskningsspørgsmål

*Hvilke elementer i forsøgsundervisningens indhold og struktur er med til at fastholde eleverne i uddannelse?*

ses der samlet på resultaterne og praksis i forsøgsundervisningen.

#### God tid inden giver tillid

Umiddelbart kan formålet med at lære elevernes grundlæggende færdigheder at kende synes ligetil og enkelt. Men formålet er mere end det. Formålet er også at styrke elevernes problemløsningsadfærd, samt at eleverne får mod på at lære og får redskaber til at lære. Det kræver et godt kendskab til eleverne, og det kræver, at der er tillid mellem lærer og elev.

Visitationssamtalerne og samtaler uden for klasselokalet betød, at de to lærere fra starten havde et vist kendskab til elevernes skolehistorie, matematiske selvopfattelse og grundlæggende matematik, og lærerne fik løbende udvidet kendskabet. Eleverne udviste tillid til de to lærere og udtrykte tilfredshed over at blive taget alvorligt.

I observationer og interviews var det tydeligt, at lærerne tillægger 'god tid inden' stor betydning, og både observationer og elevinterviews viser, at der blev opbygget tillid. Det var i modsætning til mange af de erindringer, som eleverne fortalte om fra deres skoletid, hvor nogle havde oplevet det som om, at læreren var ligeglad med, om de lærte noget, og an-

dre lagde vægt på, at de ikke selv havde haft tillid til, at undervisningen kunne virke på dem.

#### Lærernes tilpasning af indhold og brug af tid til elevgruppen er effektiv

Når der ikke er fast pensum, er der muligheder for at tilpasse indhold og tidsforbrug til eleverne. I interviews lagde elever vægt på, at de oplevede, at der var tid til dem, og at lærerne havde såvel tiden til dem som kompetence til at forklare sig på flere måder. Eleverne fortalte om oplevelsen af, at Per Horne Jensen og Karin Jessen ikke gav op. De blev ved, indtil eleverne forstod dem.

Lærerne gav udtryk for en oplevelse af, at "*Når eleverne sidder og gør ingenting og er passive, er det som regel, fordi de ikke kan finde ud af det, og så håber nogle på 'at det går over af sig selv'. Det er derfor vi er to lærere - det er for at opdage, når eleverne gør det der. Vi kan ikke forvente, at de rækker fingeren op og siger: 'Jeg vil gerne have noget hjælp'.*

Hen imod slutningen af forløbet er det målet, at alle skal turde og kunne give deres bud og spørge fornuftigt om hjælp.

#### Tydelig problemløsningsadfærd

Eleverne udtaler stor tilfredshed med at have lært og øvet problemløsning. Tidligere var der tendens til, at de karakteriserede sig selv som nogle, der ikke kunne komme i gang. Og så faglærerne talte meget positivt om elevernes fremgang. En af faglærerne fortalte blandt andet, at han oplevede, at flere af forsøgs eleverne var blevet bedre til at tage initiativ og



til at løse de matematikopgaver, som de blev stillet. Han gav også udtryk for, at eleverne efter forsøgsforløbet havde fået et større fagligt begrebsapparat: *"Hvor han før, han startede over hos Per, enten ikke kom nogle vegne, eller også havde jeg en opfattelse af, at han, ligesom ikke havde noget skelet at hænge tingene op på... (...) Hvorimod da han var færdig over hos Per, var det ligesom om, at jeg kunne se noget genkendelse i hans øjne, når jeg forklarede ham et eller andet. (...) der var nogle begreber, der var på plads, og der var også nogle regnemetoder, som han kunne genkende, og derfor fik lettere ved at forstå den forklaring, jeg gav ham"*.

### **To lærere kan nå alle elever og kan evaluere sammen**

Eleverne var opmærksomme på, at lærerne nogle gange henvendte sig, også selvom eleverne ikke 'sad fast', hvilket også var med til, at lærerne nåede rundt til alle elever i løbet af en session. *"Og lærerne kommer også somme tider og spørger os, selv om man er i gang med noget. Så ser de bare, om man har styr på det, om man laver det rigtigt, sådan så man ikke har lavet en hel side forkert, før de griber ind."*

To-lærerordningen betød meget for, at dette kunne lade sig gøre, ligesom det havde betydning for "god tid". Der var tid til lærernes observationer og til en fælles løbende evaluering, som var afgørende for at tilpasse undervisningen til de specifikke elever.

### **Sociale og affektive faktorer er afgørende**

Eleverne giver tydeligt udtryk for, at de føler sig trygge og respekterede i undervisningen. Elevernes indbyrdes tryghed kommer også til udtryk ved, at eleverne ikke blot spørger om hjælp hos lærerne, men også spørger om hjælp og hjælper de andre elever i klassen. En elev udtrykte også, at oplevelsen af, at de alle sammen 'var i samme båd' gjorde, at man ikke sad tilbage og følte sig 'lidt dum', som man ellers kunne opleve i de normale matematiktimer, og som nogle havde oplevet det i grundskolen. Det var godt og trygt, at eleverne ikke sad alene i de matematiske vanskeligheder, men at man i stedet delte denne oplevelse med de andre elever på holdet.

### **Anerkendelse**

Det kan ikke overdrives, hvor meget eleverne værdsatte, at de oplevede, at de blev anerkendt af forsøglærerne. Det at,

lærerne fokuserede på at anerkende og fremhæve elevernes individuelle fremskridt og udvikling, medførte at, flere af eleverne gav udtryk for, at de fik en større tro på deres egne evner og dermed kunne stille nogle større krav til sig selv. En elev udtalte fx: *"Altså du sætter lidt større krav til dig selv, når du ved, at du kan. Så kan du også rykke dig"*. Faglærerne på skolen oplevede også, at eleverne ikke kun fik et fagligt løft, men at forsøgsundervisningen også øgede deres selvværd generelt: *"Han lærer dem konkret matematik, og det er rigtig godt, for det er det, som de bliver stolte af, men deres selvværd, det er det vi ser, når vi står på sidelinjen. Wauw."*

### **Det insisterende og gentagende virker**

Mange elever gav udtryk for, at de følte sig set og var meget glade for det. De fik ikke som tidligere, ifølge flere elever, bare 'lov til at sidde'. Undervisningen var præget af ro, af vilje til arbejdsomhed hos de fleste elever, og af at det var så svært, at det kunne være frustrerende.

Sociale og affektive faktorer havde betydning sammen med det insisterende og gentagende.

Lærerne brugte habilt de fastlagte didaktiske principper – fx om gentagelser og problemløsning, og lærerne var insisterende og tilpassede kommunikationen til eleverne. Når forsøgsundervisningen ikke var effektiv for en elev, så eleven ikke gennemførte, tillagde lærerne det fravær og ringe kommunikation. En lærer sagde om en elev, der ikke gennemførte: *"Eleven har alt for meget fravær, og har indimellem været meget vanskelig at nå ind til"*.

Lærerne oplevede forventning eller håb hos nogle elever om, at lærerne kunne "trykke på den rigtige knap", der kunne hjælpe eleverne til at forstå. Lærerne var også opmærksomme på, at eleverne kan 'gå i baglås', hvis de ikke får et relevant lille skub, der kan føre til en åbning. Lærerne oplevede et pres for hurtigt at kunne afkode, hvordan de forskellige elever reagerede, og for, hvilken form for gentagelse de havde behov for.

Vi observerede en 'baglås-situation', hvor en elev ikke kunne bruge en bestemt vinkelmåler (lille trekant med streger ud til kanten), og hun ville gerne have en anden slags (en med hul

i), for denne her kunne hun ikke finde ud af. Det blev søgt løst ved, at Karin Jessen ville tage et udvalg af flere forskellige vinkelmålere med til den følgende session; men eleven faldt fra undervisningen.

Det afgørende er således, hvorvidt det lykkes for lærerne at give de skub til eleven, som kan sætte læring og læringspotentiale i gang hos eleven.

Der er elever, der udtaler sig positivt om sms-ordningen:

Eleverne tilmelder sig en sms service, hvor de får en sms tilsendt fra Per Horne Jensen 30-45 minutter før undervisningen starter. De elever, der er tilmeldt servicen, er glade for den: *"Jeg synes, at det er godt, for jeg har det med, at jeg godt kan glemme sådan noget en gang i mellem. Så er det meget godt at få en reminder"*.

Eleverne pointerer således selv, at det er en fordel ved SMS-ordningen, at man ikke kan sige, at man ikke vidste eller havde glemmt, at der var undervisning, som en undskyldning for ikke at dukke op.

Andre elever siger, at de ikke har behov for ordningen, fordi de godt kan huske det, og ellers bare får besked fra en af de andre på holdet.

### **Skolens opbakning og at indsatsen var tidlig var afgørende for forsøgsundervisningens effektivitet**

Som nævnt tidligere var der størst succes på hold 1 med hensyn til gennemførelsesprocent og fastholdelse i uddannelse. Det skyldes blandt andet forskelle i de organisatoriske rammer. Til Hold 1 var der en sammenhængende skemaplan, mens der var ugers afbrydelser i forløbet på Hold 2 på grund af helligdage og udlandsseminarer, som lærere deltog i. Det fik betydning, fordi elevgruppens læreprocesser i matematik var skrøbelige. Forsøgsundervisningen på Hold 1 blev efterfølgende bakket op af skolens skemalæggere, så elever på samme indgang kunne komme på samme ordinære matematikhold. De var blevet trygge i hinandens selskab og kunne så blive ved med at støtte hinanden. Da der kom problemer med at starte ordinær matematikundervisning efter Hold 1, var skolen opmærksom og fandt en løsning.

Lærerne bemærkede en tendens til, at frafaldet var størst, når indsatsen var kommet (for) sent i gang for elever. Forsøgslærerne vurderede, at flere elever var kommet i en dårlig vane

med at halte bagefter i stort set alle sammenhænge og med en uhensigtsmæssig arbejdsmoral. Der var ikke blevet grebet tilstrækkeligt fat i elevernes tilgang til læring og i de specifikke aspekter af elevernes matematikvanskeligheder.

## 9. Ni nyttige

### 9.1/ Til lærere

Her følger ni råd til lærere om effektiv undervisningspraksis:

#### 1 Gentagelser

Intentionen er at bruge gentagelser som læringsmiddel, dels for at øge kvaliteten af deltagernes læring, dels for at eleverne kan fastholde og huske det, de har lært. Intentionen er også at støtte elevernes selvtillid gennem succesoplevelser. Det kan tilrettelægges som 'lidt nyt og noget gammelt hver gang'. Hvis hver undervisningsgang indeholder tre dele, kan to dele være genkendelige med noget, der er behandlet tidligere, og den tredje del kan være noget nyt. De tre emner bør tydeliggøres for eleverne, når undervisningsgangen starter.

#### 2 Mange indholdsskift, korte sekvenser

Princippet om gentagelser giver mulighed for i hver undervisningsgang at have korte sekvenser og indholdsskift. En kort sekvens med et matematisk indhold afbrydes af næste korte sekvens med et andet matematisk indhold. Mange elever fortæller, at de værdsætter dette højt. De fortæller, at de tidligere og i andre sammenhænge oplever at gå i stå og derefter spilder tiden. Ved lange sekvenser er der risiko for mere spildtid. Korte sekvenser opleves som mere effektive.

#### 3 Anerkendende tilgang til elevens oplevede historie og til elevens små fremskridt

Det er afgørende for elever i store matematikvanskeligheder, at deres oplevede historie og forudsætninger anerkendes åbent af erhvervsskole og lærere. Det kan foregå gennem sy-

stematisk visitationssamtale, hvor der er god tid, og som efterbehandles og følges op i den individuelle vejledning i undervisningen. Også elevens små og store fremskridt må åbent beskrives og anerkendes. Nogle elever med ringe matematisk selvopfattelse har ikke selv blik for fremskridtene. Udover løbende tilbagemelding til eleven kan resultater fra for-test og efter-test give relevant og væsentligt input til elevens selvopfattelse.

#### 4 Insisterende tilgang til elevernes læring og adfærd

Lærerne må have en klar opfattelse af relevansen af matematik for elevernes uddannelse og liv som baggrund for at insistere på, at eleverne lærer og forbedrer deres måde at lære på. Med et to-lærersystem er der gode muligheder for, at en lærer kan samtale med og vejlede en eller få elever i dybden i et længere tidsrum. Lærerne må have fagdidaktisk viden for fleksibelt at tilpasse undervisningen til elevernes faglige forudsætninger og motivation i den konkrete undervisningssituation. Lærernes insisterende tilgang må omfatte opmærksomhed på sociale og affektive faktorer, herunder om eleverne møder op og til tiden. Det kan omfatte sms-service. Det kan også omfatte et pålæg til eleverne om at tage mindst én pause i en kursusgang.

#### 5 Forskellige måder at forklare

Der findes mange holdbare måder til at forklare et matematisk begreb og mange holdbare måder til at beregne og pro-

blemløse. Lærerne må være i stand til selv at bruge flere måder og til i dialog med eleverne at se logik og mening i elevernes tanke- og arbejdsmåder. Som støtte til elevernes begreber, færdigheder og evne til transfer mellem erhvervsuddannelsen dele er det en god idé at inddrage relevante konkrete ting.

### **6 Aktivt ordforråd (italesættelse)**

Det må være et mål for undervisningen, at eleverne får et aktivt erhvervsfagligt sprog, som omfatter relevant matematikfagligt sprog. Det er også et middel til at lære den fornødne matematik og bruge den i relevante situationer. En sprogliggørelse af praksisviden og foreløbig viden hos elever kan give effektiv læring, også selv om eleven (endnu) ikke anvender fagtermer.

### **7 Problemløsningsadfærd**

Når elever oplever, at de ikke 'kan få hul' på en opgave eller ikke 'kan komme videre', kan det være tegn på, at de mangler erfaringer og retningslinjer for problemløsning. Det er en god idé at sprogliggøre, hvad problemløsning omfatter, at visualisere det og at afprøve processerne mange gange.

### **8 Gæt - overslag**

Når man gør det at gætte og give overslag til en central bestanddel af undervisningen, kan det give en god stemning, være motiverende og give en god generel tilgang til brug af matematik.

### **9 Tal og rumsans**

Intentionen med at sætte fokus på at udvikle elevens sans for tal er at lære elever at 'ændre svære tal til nemmere tal', at kunne forholde sig til tal og at kunne foretage overslagsregning. Det kan omfatte visualisering og kropsliggørelse af talstørrelser. Intentionen med at sætte fokus på at udvikle elevens rumsans er at lære elever 'at se konstruktioner for sig' og at bruge geometriske begreber.

## 10. Konklusioner og anbefalinger til erhvervsskole, grundskole og politisk niveau

### 10.1/ Generelle konklusioner med anbefalinger

Resultaterne fra visitationssamtalerne og de gode resultater fra forsøgsundervisningen har naturligvis stor interesse for erhvervsuddannelser. De viser, at systematisk indsats med elever i store matematikvanskeligheder nytter: Flere elever gennemfører på erhvervsuddannelse.

Men resultaterne har også bredere interesse. På baggrund af analyse af undervisningen har vi følgende konklusioner og anbefalinger, som understreger, at matematikvanskeligheder både har personlige og samfundsøkonomiske konsekvenser, og at der er behov for at effektivisere undervisningen af elever i matematikvanskeligheder:

- Elever, hvor matematik er en risikofaktor for at gennemføre uddannelsen, har behov for en samfundsmæssig blåstempling og anerkendelse af deres vanskeligheder – og af, at disse kan være begrundet i en række forskellige faktorer som omfang og effektivitet af elevernes tidligere matematikundervisning samt psykologiske, kognitive og sociale faktorer.
- Elever i matematikvanskeligheder har behov for kvalificerede indsatser, der sikrer en realistisk vurdering af deres vanskeligheder, og en målrettet afhjælpning af vanskelighederne i forhold til at gennemføre deres uddannelse.
- I et uddannelsessystem som det danske, hvor matematiske færdigheder og forståelser er nødvendige mange steder, er

der et samfundsøkonomisk rationale ved en forskningsinformeret optimering og effektivisering af undervisningsindsatsen for elever i matematikvanskeligheder.

- Matematiklærere og lærere i fag, der anvender matematik, har brug for en hjælpende hånd for at kunne tilgodese alle elevers matematiske udvikling med henblik på, at flere elever gennemfører grundskole og ungdomsuddannelse med et godt resultat.
- Der er behov for at minimere risikoen for, at matematikundervisning og brug af matematik fungerer som stopprøve på erhvervsuddannelserne og andre ungdomsuddannelser.
- Der er behov for at styrke bestræbelserne på, at matematikundervisning og brug af matematik fungerer som indgangsdør til såvel effektiv læring på erhvervsuddannelserne og øvrige ungdomsuddannelser som til problemløsning og forbindelse mellem teori og praksis.
- Et tæt samarbejde mellem lærere i særlige matematikindsatser, matematiklærere samt faglærere kan være med til at skabe sammenhæng mellem matematiske problemstillinger og fagpraktiske opgaver – og derved give elever i matematikvanskeligheder et bredt helhedsbillede af undervisningen.

## 10.2/ **Anbefalinger til skoleformerne og det politiske niveau**

- Til erhvervsuddannelserne om, at matematikviden og matematikkompetence er nødvendigt for at gennemføre – og om, at systematisk indsats med elever i store matematikvanskeligheder nytter.
- Til øvrige ungdomsuddannelser om, at systematisk indsats med elever i matematikvanskeligheder nytter.
- Til grundskolen om, at der er elever, som ikke opnår tilstrækkeligt matematikudbytte, og som oplever deres problemer negligeret med det resultat, at nedslidning af lysten og evnen til at lære og til at bruge matematik bliver en følgesvend på vejen efter grundskolen. Derfor er der behov for forskning i og udvikling af, hvornår og hvorfor elever falder fra i matematikundervisningen i grundskolen.
- Til specialundervisning/særlige indsatser i grundskolen om, at der ikke er tilstrækkeligt fokus på matematik. Ligeledes er der behov for et videnbaseret opgør med forestillinger og praksis, der ikke sikrer, at alle elever får et tilstrækkeligt og relevant grundlæggende matematikudbytte.
- Til aktuelle politiske initiativer i forhold til unges uddannelse, arbejde og kontanthjælp om, at hvad enten initiativerne retter sig mod at få øget unges tilknytning primært til uddannelse eller arbejde, er der behov for, at systemerne sætter unges matematikkompetencer og selvopfattelser på dagsordenen som konkrete landsdækkende initiativer. Unge med svage matematikforudsætninger må findes og visiteres til relevante initiativer, for det nytter i forhold til, at de kan honorere de krav, som de bliver stillet overfor.

*Styregruppen for undervisningsforsøget*

## 11. Bilag A. Undervisningsplan

Undervisningsplanen viser inddelingen af emner fordelt over hver sessionsgang. Sammenlagt havde eleverne 30 timers undervisning, fordelt over ti uger med sessioner to gange ugentligt.

### 1. Session

Starttest

Overslagsregning

Nemme tal

### 2. Session

Gætte (Længder)

Gange med 10-100-1000

Former (Kvadrat, rektangel)

### 3. Session

Decimaltal

Gange/dele med 10-100-1000

Former (Parallelogram, trapez)

### 4. Session

Metersystem

Decimaltal

Former (Alle, plus cirkel)

### 5. Session

Vinkler (Basis er 90 grader, vinkelsum firkant, trekant)

Gætte (Antal former i kasse)

Metersystem

### 6. Session

Omkreds

Vinkler

Metersystem

### 7. Session

Areal

Omkreds

Metersystem

### 8. Session

Tekstopgaver

Gætte (Omkreds)

Areal (Sammensatte firkanter)

### 9. Session

Gange 0,5 er det halve

Areal (Trekant, Parallelogram)

Tekstopgaver

### 10. Session

Problemløsningsadfærd

Areal (Trapez)

Tekstopgaver

### 11. Session

Find et tal (Intro til ligninger)

Areal (Virkelig kontekst)

Tekstopgaver

### 12. Session

Ligninger

Tekstopgaver

Problemløsningsadfærd

## 13. Session

Tekstopgaver

Ligninger

Problemløsningsadfærd

## 14. Session

Rumfang

Areal

Gætte (Rumfang)

## 15. Session

Rumfang

(Plus elevernes egne emner)

## 16. Session

Massefylde

Gætte vægt

Rumfang

## 17. Session

Procent ( $1/2$ ,  $1/4$ , 50%, 25%)

(Plus elevernes egne emner)

## 18. Session

Procent

(Plus elevernes egne emner)

## 19. Session

Sluttest

## 20. Session

Evaluering



## 12. Bilag B. Resultater fra visitationstesten

Visitationssamtalerne bekræftede, at elevernes matematiske forståelser, færdigheder og oplevelse af matematik ville påvirke mulighederne for at gennemføre grunduddannelsen negativt. Nogle elever fortæller om ængstelse over for matematik, andre om manglende skoleudbytte, om fravær fra matematikundervisning og om at elevens vanskeligheder var blevet negligeret. Opgaveløsning undervejs i samtalen var for nogle elever præget af koncentrationsbesvær og langsomhed. Der viste sig en del vanskeligheder med gangeopgaver og divisionsopgaver, med klokkeslæt og med geometriske former. Cirka halvdelen havde modtaget specialundervisning, hvor fokus dog mest havde været på læsning og skrivning, men for fire elevers (også) med i matematik. Nogle elever fortalte, at deres hverdagsliv var påvirket af vanskelighederne.

### Udvalgte resultater fra de 22 besvarelser af visitationstesten, som vi har haft adgang til

#### Opgave 1: Læs højt

12 af eleverne læste ikke tallet 109408 korrekt op. En elev læste tallet 1038 forkert. De resterende elever læste alle tal korrekt.

#### Opgave 2: Skriv

Syv af eleverne 'havde tendens til' at bytte om på tallene. For alle disse elever gjaldt det tallene 6 og 9 i henholdsvis 69 og 1096.

#### Opgave 3: Regn baglæns med 8 fra 100 og ned.

Ni af eleverne kunne regne baglæns indtil tallet 84.

Syv af eleverne havde ingen fejl i deres nedtælling.

De resterende seks elevers resultater var fordelt mellem tallene 92 og 68.

#### Opgave 4: Regn

17 af eleverne havde en eller flere fejl i gange og/eller divisionsopgaverne.

11 elever havde fejl i både gange og divisionsstykkerne.

Ni af eleverne regnede forkert eller undlod at besvare begge de to divisionsopgaver.

14 af eleverne havde regnet forkert eller undladt at besvare den ene af de to divisionsopgaverne.

Fire af eleverne havde regnet forkert eller undladt at besvare begge de to gangeopgaver.

14 af eleverne havde regnet forkert eller undladt at besvare den ene gangeopgave (6 x 9). De fleste af eleverne havde regnet det mindre gangestykke (3 x 5) korrekt.

Sammenfattet har 17 ud af 22 elever problemer med gange og/eller divisionsopgaverne. Men der var flere af eleverne, som havde større problemer med divisionsopgaverne end med gangeopgaverne.

#### Opgave 5: Hvilke tal er størst

Alle eleverne besvarede denne opgave korrekt.

#### Opgave 6: Sæt rigtigt ciffer/tal i regneopgaven

16 af eleverne havde svaret begge opgaver rigtige.

En elev havde fejl i begge opgaver.

De resterende fem elevers fejl i minus og plus stykkerne var fordelt således: To elever havde fejl i minusstykket. Tre elever havde fejl i plusstykket.

#### Opgave 7: Regn

13 af eleverne havde svaret begge opgaver rigtige.

Fire elever havde fejl i begge opgaver eller havde undladt at besvare opgaverne. De fire elever var fordelt således: To elever havde fejl i begge opgaver. En elev havde undladt at lave begge opgaver. En elev havde fejl i den ene opgave og undladt at lave den anden.

De resterende Fem elever havde alle en rigtig opgave og en forkert.

De fem elevers fejl var fordelt således: Tre elever havde fejl i  $17 - 5 + 9 =$  og To elever havde fejl i  $35 - 6 + 8 =$

Opgave 8: Sæt korrekt tegn

20 af eleverne havde besvaret alle opgaverne korrekt.

De resterende to elever havde begge undladt at indsætte både gange og division tegnene.

Opgave 9: Sæt tal på urskiven

En elev fuldførte ikke opgaven, men stoppede med at indsætte de sidste tal på uret på grund af, at afstanden mellem elevens indsatte tal var blevet forkert.

De 21 resterende elever fuldførte opgaven.

Fem af eleverne delte cirklen i fire dele og indsatte så tallene bagefter. De resterende 15 elever startede ved tallet 12 og gik så videre rundt, hvilket i nogle tilfælde medførte en uens afstand mellem tallene.

Opgave 10: Sæt viseren på klokken er fem over halv tre

12 af eleverne havde lavet opgaven rigtig eller 'næsten rigtig'.

Ni af eleverne satte viserne forkert. Hos en af eleverne fremgik det ikke af svaret, om det var rigtigt eller forkert.

Opgave 11: Numerisk triangeltest

17 af elever fuldførte opgaven uden regnefejl.

Tre af eleverne formåede at danne den ønskede trekant, men 'med flere regnefejl' undervejs.

To af eleverne mistede overblikket/koncentrationen og undlod at færdiggøre opgaven.

Opgave 12: Former

Otte af eleverne nævnte to former (cirkel og firkant).

Fem af eleverne nævnte tre former fordelt således: To elever nævnte firkant, cirkel, trekant. Tre elever nævnte firkant, cirkel, cylinder. En elev nævnte cirkel, firkant, kasse

Syv af eleverne nævnte fire former fordelt således: En elev nævnte firkant, cirkel, parallelogram, kasse. To elever nævnte cirkel, kvadrat, rektangel, dåse. Tre elever nævnte cirkel, fir-

kant, rektangel, kasse. En elev nævnte cirkel, firkant, kasse, kvadrat.

En elev kunne nævne fem former rektangel, kvadrat, cirkel, cylinder, parallelogram.

Opgave 13: Cifferspændvidde forfra

Det er var kun 12 af de 22 elever, som fik stillet denne opgave.

Ni ud af de 12 elever svarede rigtigt på alle de trecifrede og firecifrede tal (fem ud af fem trecifrede tal, og fem ud af fem firecifrede tal).

To ud af 12 elever svarede også rigtigt i alle femcifrede tal (fem ud af fem femcifrede tal).

De resterende 10 elever havde alle sammen en eller flere fejl i de femcifrede tal, fordelt således:

Tre elever havde 0 femcifrede tal rigtige. En elev havde en femcifrede tal rigtigt. En elev havde to femcifrede tal rigtige. To elever havde tre femcifrede tal rigtige. Tre elever havde tre femcifrede tal rigtige.

Opgave 14: Cifferspændvidde bagfra

Det var kun 12 af de 22 elever, som fik stillet denne opgave.

To af eleverne kunne nævne alle fem af de trecifrede tal bagfra.

Tre elever havde fire ud af fem rigtige af de trecifrede tal, mens de resterende syv elever havde to eller flere fejl i de fem trecifrede tal - fordelt således:

En elev havde 0 rigtige ud af fem. Tre elever havde to rigtige ud af fem. Tre elever havde tre rigtige ud af fem.

Ni ud af de 12 elever havde ingen af de firecifrede tal rigtige.

De resterende tre elever var fordelt som følgende: En elev havde en rigtig. En elev havde to rigtige. En elev havde fire rigtige.

## 13. Litteratur

- Black, S., Balatti, J., Falk, I. (2010). Reconnecting young people with learning: A social capital approach in VET. *International Journal of Training Research* 8: 103-115.
- Bundsgaard, J. (2010). *Processer i undervisningen*. Danmark Pædagogiske Universitetsskole: Arbejdsrapport.
- Danmarks Evalueringsinstitut (2012). *Fra handlingsplan til virkelighed*. EVA.
- Hetmar, Vibeke (2013). *Unge valg og fravalg i ungdomsuddannelserne – kvalitativt perspektiveret*. Rockwool Fondens Forskningsenhed. Syddansk Universitetsforlag.
- Jørgensen, C. H., red. (2011). *Frafald i erhvervsuddannelserne*. Frederiksberg: Roskilde Universitetsforlag.
- Jørgensen, C.H., Koudahl, P., Nielsen, K., Tanggaard, L. (2013). *Frafald og engagement - Foreløbige resultater - Den kvalitative del*.
- Klewe, L., Allerup, P., Torre, A. (2013). *Unge valg og fravalg i ungdomsuddannelserne - kvantitativt perspektiveret*. Institut for Uddannelse og Pædagogik, Aarhus Universitet.
- Kompendium til Almendidaktik (2011/2012). Institut for Uddannelse og Pædagogik (DPU), Aarhus Universitet.
- Koudahl, P. (2005). *Frafald i erhvervsuddannelserne - årsager og forklaringer*. Undervisningsministeriet, Afdelingen for erhvervsfaglige uddannelser.
- Lindberg, L., Grevholm, B. (2013). Mathematics in VET programmes: The tensions associated with reforms in Sweden. *International Journal of Training Research* 11 (2): 150-165.
- Pedersen, S. G., Hjermov, P. (2012). *Sosuskolernes anvendelse af midlerne fra trepartaftalen til rekrutterings- og fastholdelsesinitiativer – slutevaluering*. Danmarks Evalueringsinstitut, EVA.
- Pind, P., Horne, P., Jessen, K. (2012). *Forsøgsundervisning af elever i matematikvanskeligheder på erhvervsskolen – Didaktiske elementer*, arbejdsnotat.
- Publikationsliste på [psy.au.dk/frafald](http://psy.au.dk/frafald) for projektet "Fastholdelse af erhvervsskoleelever i det danske erhvervsuddannelsessystem".
- Schaik, M. v., Oers, B. v., Terwel, J. (2013). Learning in the school workplace: knowledge acquisition and modeling in preparatory secondary education. *Journal of Vocational Education & Training*, 62:2, 163-181.
- Tanggaard, L. (2013). An exploration of students' own explanations about dropout in vocational education in a Danish context, *Journal of Vocational Education & Training*, 65:3, 422-439.

Baggrunden for undervisningsforsøget på Svendborg Erhvervsskole var et udviklingsprojekt om talblindhed/dyskalkuli, som CSV Sydfyn – Center for Specialundervisning – startede i 2009 under medvirken fra en ekspertgruppe og med økonomisk støtte fra Undervisningsministeriet.

Som en fortsættelse af projektet gennemførte CSV Sydfyn og Svendborg Erhvervsskole i 2011 et pilotprojekt på skolen med en særlig matematikundervisning for erhvervsskoleelever, som på grund af svære tal- og matematikvanskeligheder var vurderet til ikke at kunne gennemføre skolens grundforløb.

Pilotprojektets resultater var så gode, at såvel CSV Sydfyn og Svendborg Erhvervsskole som Undervisningsministeriet var interesserede i en opfølgning med videre udvikling og forskning i effekt og virkemidler.

CSV Sydfyn søgte og fik en bevilling på 600.000 kr. fra Undervisningsministeriet til opfølgning med videre udvikling og forskning, og i 2012-2013 blev der gennemført undervisning af tre forsøgshold på Svendborg Erhvervsskole med en varighed på 10 uger. Undervisningen var forberedt i et samarbejde mellem selvstændig matematikkonsulent Pernille Pind, FVU-matematiklærer Karin Jessen, CSV Sydfyn, og matematiklærer Per Horne Jensen, Svendborg Erhvervsskole.

Institut for Uddannelse og Pædagogik (DPU) Aarhus Universitet foretog dokumentation og forskning i tilknytning til forløbene med henblik på at bedømme forsøgsundervisningen og give anbefalinger om, hvordan effektfulde elementer i undervisningen ville kunne implementeres bredt i erhvervsskolesystemet.

Erfaringerne blev løbende formidlet til EU-Leonardo-netværket Sharing best practice in the development of mathematical competence in the vocational classroom (2011-1-GB2-LEO04-05416 3). CSV Sydfyn og Institut for Uddannelse og Pædagogik (DPU) Aarhus Universitet indgik som partnere sammen med partnere fra Finland, Holland, Skotland og Nordirland. Netværket udviklede og producerede materialer til en værktøjskasse samt et efteruddannelsesprogram for matematiklærere på erhvervsuddannelserne. Se disse på <https://sites.google.com/site/leovetmaths/>