

# Hvad er meningen? Didaktisk klasseledelse i matematik via form eller mål

Kapitlet handler om didaktisk klasseledelse i matematik og fokuser på forholdet mellem organisering af undervisning og læringsmål. Vi karakteriserer og analyserer vilkårene for klasseledelse og for elevernes læring i henholdsvis en undervisningspraksis, der ikke er styret eksplicit af læringsmålene, og i en praksis, hvor organiseringen er underlagt kompetencebaserede læringsmål. Lærerens faglige autonomi i forhold til målene og organiseringen fremhæves som vigtige forudsætninger for effektiv didaktisk klasseledelse. Analyserne illustrerer endvidere de forskellige vilkår i de to undervisningspraksisser, som læreren har, for gennem dialogisk indgriben at kunne støtte og udfordre elevernes matematiklæring. Det er en analyse af undervisning i matematik med konkrete eksempler, men fokus er på almene aspekter af didaktisk klasseledelse.

Af Morten Blomhøj og Tomas Højgaard

## **Klasseledelse som undervisningsledelse**

Klasseledelse handler om at lede aktiviteterne i en klasse. "Klasse" betegner her et klasserum på en uddannelsesinstitution, fx en skole. "Ledelse" er et bredt begreb, som bruges og betones meget forskelligt. Det centrale i vores brug af begrebet er at styre og støtte en kollektiv social proces med en given orientering og intention for øje. Vi anser det for væsentligt, at der i ledelsesbegrebet inkluderes både det at tage ansvaret for løbende at få forhandlet og fastholdt orienteringen af processen og det at tage ansvar for gennemførelse af processen i overensstemmelse med orientering og intention.

## **Didaktisk klasseledelse**

Ledelse af en klasse kan være rettet mod mange typer processer og have forskellig orientering og intention. Det kan selvfølgelig dreje sig om at lede

en undervisningsproces styret af intentioner om deltagernes læring, men det kan fx også dreje sig om den sociale dynamik eller kommunikationsformen i gruppen. Procestyper som disse hverken kan eller bør adskilles, men man kan vælge, hvad man tager udgangspunkt i, når man tilrettelægger og udøver sin ledelse. Didaktisk klasseledelse er vores betegnelse for ledelse udøvet med det udgangspunkt, at det, der skal ledes, er undervisningsprocesser i et klasserum på en uddannelsesinstitution med intention om at støtte deltagernes læring og udvikling.

For at komme i bund med den indledende begrebsudredning mangler vi nu kun at forklare, hvordan vi bruger undervisning som begreb. Her kan vi bruge læringsforsker Wenger:

"Learning cannot be designed. Ultimately, it belongs to the realm of experience and practice. It follows the negotiation of meaning; it moves on its own terms. It slips through the cracks; it creates its own cracks. Learning happens, design or no design. And yet there are few more urgent tasks than to design social infrastructures that foster learning" (Wenger, 1998:225).

Den sidstnævnte form for aktivitet – at skabe sociale infrastrukturer, som fremmer læring – er et godt bud på en definition af, hvad undervisning vil sige. Det bringer os i mål rent begrebsmæssigt: Didaktisk klasseledelse bruger vi som betegnelse for det at tage ansvaret for løbende at få fastlagt og fastholdt orienteringen af processer iværksat med det udgangspunkt at skabe sociale infrastrukturer, som fremmer mere eller mindre bestemte intentioner om læring i et klasserum på en uddannelsesinstitution.

Med det udgangspunkt er pointen i citatet, at det, der kan og bør tilrettelægges, er undervisning, ikke læring (Jensen, 2007:137). Læringsprocessen kommer blandt andet i stand som en *respons* på undervisningen (ikke som en logisk følge af den, jf. citatet ovenfor). Didaktisk klasseledelse skal altså ses som et middel til, at man som lærer kan holde undervisningen orienteret mod egne og/eller andres mål for elevernes læring.

### **Analyse på fire niveauer**

Didaktisk klasseledelse omfatter i al væsentlighed lærerens handlinger og refleksioner angående fire forskellige didaktiske niveauer, der har hver deres karakteristiske tidsskala:

1. Klasetrinsniveau – det årelange tidsperspektiv.
2. Forløbsniveau – typisk en-tre uger.
3. Lektionsniveau – den enkelte (dobbel)lektion.
4. Interaktionsniveau – få minutter.

På hvert af de fire niveauer kan læreren planlægge, gennemføre og evaluere undervisning. Ledeshandlingerne på et niveau kan og bør foretages med inddragelse af orientering og læringsintentioner fra niveauer med lavere nummer, men de er ikke determineret heraf. Didaktisk klasseledelse har således på hvert niveau sine egne udfordringer og sin egen dynamik.

Hermed bliver didaktisk klasseledelse også organisatorisk set stærkt forbundet med mål og vilkår for elevernes læring. Analytisk set giver det mulighed for at tage afsæt i en nærmere bestemt form for klasseledelse med tilhørende organisering af undervisningen, og så trække klasseledelsen i didaktisk retning ved at analysere, hvilke mål for elevernes fælles faglige læring den valgte organisationsform i særlig grad understøtter. Eller man kan omvendt tage udgangspunkt i en nærmere bestemmelse af de faglige mål for elevernes fælles læring og så analysere, hvordan disse mål kan fremmes gennem didaktisk klasseledelse på de forskellige niveauer.

I dette kapitel gør vi begge dele. Ved hjælp af konstruktion og analyse af to episoder fra matematikundervisning på 8. klassetrin viser vi dels, hvordan en traditionel form for didaktisk klasseledelse og organisering af undervisningen former den fælles faglige læring i klassen, og dels, hvordan en kompetencebaseret bestemmelse af mål for den fælles faglige læring kan forme vilkårene for didaktisk klasseledelse på de fire niveauer.

### **Didaktisk klasseledelse via organisationsform**

Matematik som undervisningsfag har en stærk tradition for, hvordan undervisningen organiseres, herunder for, hvordan læreren leder klasserummet på de fire ovennævnte didaktiske niveauer. Groft optegnet kan traditionen beskrives således: Læreplanen definerer målene for elevernes læring, og disse mål fortolkes og konkretiseres på lærernes vegne gennem formuleringen af opgaverne til afgangsprøverne og de nationale test. Det valgte lærebogssystem giver en ofte brugt ramme for årsplanlægningen i form af et forløb pr. kapitel, og ved at arbejde med alle kapitlets aktiviteter i den angivne rækkefølge kan tilrettelæggelsen af det enkelte forløb også nemt bringes på plads. Undervisningstraditionen og opgaverne i lærebogen bestemmer organiseringen af den enkelte lektion, og et skarpt fokus på elevernes opgaveløsning former lærerens samspil med klassen og den enkelte elev.

En sådan stærk tradition rummer styrker, men også store didaktiske udfordringer og læringsmæssige begrænsninger. Den gør det muligt at undervise i matematik, uden at man som lærer selv behøver at reflektere over sammenhængen mellem de overordnede mål for elevernes læring i matematik og tilrettelæggelsen af ens egen undervisning. Desuden bliver det muligt at reducere udfordringen vedrørende didaktisk klasseledelse til et spørgsmål om, hvordan man fastholder og viderefører en bestemt tradition.

Som grundlag for nærmere analyse af traditionel matematikundervisning og af drivkræfterne bag dens udvikling og opretholdelse præsenterer vi nu en episode, der illustrer, hvordan et forløb omkring procentregning på 8. klassetrin kan tage sig ud i denne undervisningstradition. Episoden er konstrueret på baggrund af forskellige undervisningsobservationer og erfaringer fra samarbejde med lærere i flere forskellige udviklingsprojekter. Vi har i andre sammenhænge skrevet om og anvendt metoden med konstruktion af episoder til at støtte udvikling af undervisningsforløb i samarbejde med lærere (se Blomhøj & Jensen, 2007; Blomhøj 2006).

### **Episode 1: Klip fra et traditionelt forløb om procent i 8. klasse**

Læreren starter med at introducere forløbet i procentregning. Det kører over to uger og har fokus på brug af procentbegrebet i tre typer opgaver. Læreren henviser til lærebogen og repeterer procentbegrebets betydning for klassen. Eleverne skal arbejde sammen to og to med udvalgte opgaver fra bogen. Vi kommer ind, hvor læreren introducerer til den første opgavetype, kommenteret af de to elever Anna og Bob.

Lærer1:	Vi tager den første opgave af hver type sammen på tavlen, så I kan se, hvordan man skal stille det op. En vare koster 160 kr. uden moms. Momsen udgør 25 procent af prisen. Først finder vi 1 procent og derefter 25 procent:
Læreren skriver:	$1\% \text{ af } 160 \text{ kr.: } 160 \text{ kr.}/100 = 1,60 \text{ kr.}$ $25\% \text{ af } 160 \text{ kr.: } 1,60 \text{ kr.} \times 25 = 40 \text{ kr.}$
Bob:	Kunne man ikke bare dividere med 4?
Lærer1:	Jo, når det er 25 procent, man skal finde, for det er jo en fjerdedel, og at dividere med 4 er det samme som at gange med en fjerdedel. Men metoden med først at finde 1 procent og derefter gange →

Anna:

med procenttallet virker, uanset hvilke tal det drejer sig om. Derfor er det den metode, I skal bruge. Må vi gerne bruge lommeregner?

Lærer1:

Ja, det er o.k. til udregningerne, når I ikke kan klare det i hovedet, men I skal ikke bruge procenttasten på lommeregneren. I skal skrive det op, så jeg kan se, at I har forstået det. Nu skal I selv regne videre to og to. Så kommer jeg rundt og hjælper, når I går i stå. Husk at bruge facitlisten til at kontrollere, om I har regnet rigtigt.

Læreren kommer hen til Anna og Bob, der arbejder med denne opgave fra lærebogen:

Her er etiketten fra en pakke med hakket oksekød [gengivet i bogens margin. På etiketten står der tydeligt at læse "7-12 % fedt" og "450 g"].

- a) Hvor mange gram fedt må der højst være i pakken, hvis etiketten skal være korrekt?
- b) Hvor mange gram fedt skal der mindst være?

Lærer1:

Hvordan går det?

Anna:

Vi kan ikke rigtigt forstå, hvad vi skal gøre i denne opgave.

Lærer1:

Hvad er det, I skal finde?

Bob:

Hvor meget fedt der højst må være i pakken.

Lærer1:

Ja, hvor mange procent fedt må der højst være i kødet ifølge etiketten?

Anna:

12 procent.

Lærer1:

Ja, og hvor mange gram kød er der i pakken?

Bob:

Der er 450 gram.

Lærer1:

Ja, og hvad er 12 procent af 450 gram?

Bob:

Nåh, det er det, vi skal regne ud.

Lærer1:

Ja, nemlig.

Læreren går, men vender tilbage til eleverne efter nogle minutter.

Lærer1:

Nå, hvad fik I?

Bob:

54 gram.



Lærer1: Ja, det er rigtigt. Hvad så med spørgsmål b (læser op fra bogen): Hvor mange gram fedt skal der mindst være?

Anna: Skal der være fedt i kødet?

Lærer1: Ja, der står jo "7-12 procent fedt". Det betyder mindst 7 procent og højst 12 procent fedt.

Bob: Så er det vel bare 7 gange 4,5 gram, ik'?

Lærer1: Ja, og hvad giver det?

Anna: Det giver 31,5 gram.

Lærer1: Ja, det er nemlig rigtigt.

I næste time kontakter læreren igen Anna og Bob, der nu arbejder med denne opgave:

Et par sko koster på udsalg 380 kr. uden moms.

a) Hvad koster skoene med moms?

b) Hvor mange procent af prisen udgør momsen?

Lærer1: Har I lavet opgave 7 – den med momsen?

Anna: Ja, 25 procent af 380 kr. er 95 kr., så momsen er 95 kr.

Lærer1: Ja, det er rigtigt. Hvad bliver så udsalgsprisen med moms?

Anna: Den bliver 475 kr.

Lærer1: Ja, og hvor mange procent udgør momsen så af udsalgsprisen?

Bob: 25 procent – det er jo det, vi lige har lagt til!

Lærer1: Det er ikke rigtigt. Prøv at regne ud, hvor mange procent 95 kr. er ud af 475 kr.

Anna: Hvordan det?

Lærer1: Det har I jo gjort i de tidligere opgaver.

Anna: Det ene divideret med det andet gange 100 – var det ikke?

Lærer1: Jo, netop. Så 95 divideret med 475 gange 100 procent, hvad giver det?

Bob: (taster ind på lommeregneren) Det giver 20 procent.

Lærer1: Det er rigtigt. I kan gå videre med de næste opgaver med procentvis ændring.

### **Analyse af episode 1 i forhold til didaktisk klasseledelse**

Episoden er konstrueret med to elevers arbejde med bestemte typer opgaver i tilknytning til procentbegrebet. Den skal illustrere, hvordan organisationsformen kan tage vare på væsentlige dele af den didaktiske klasseledelse, navnlig på de didaktiske niveauer 2 og 3 med henholdsvis det enkelte forløb og den enkelte lektion som tidshorisont. Lærebogen støtter en sådan organisering, blandt andet ved at tilbyde adskillige opgaver af hver type med varierende sværhedsgrad og kontekst.

Læreren sætter scenen for elevernes opgaveregning ved i begyndelsen at fortælle, hvilke typer opgaver der matematisk set skal arbejdes med, og ved omhyggeligt at gennemgå et eksempel på en metode til løsning af hver opgavetype, inden eleverne selv arbejder med tilsvarende opgaver. Læreren regulerer også arbejdsformen. Eleverne må gerne arbejde sammen i par, men de skal hver især lave en skriftlig besvarelse af opgaverne. Læreren er præcis omkring forventningerne til de skriftlige besvarelser. Evaluering af elevernes arbejde og udbytte foretages dels gennem lærerens samspil med eleverne undervejs, hvor rigtige resultater på opgaverne ses som tegn på den tilsigtede læring, og dels ved den skriftlige aflevering, der annonceres i starten af forløbet. Hermed sætter læreren på en effektiv måde klare rammer for forløbet og den enkelte lektion.

Organiseringen er støttet af klassens erfaringer med og forventninger til matematik i netop denne klasse, af lærebogen og i vidt omfang også af de opgaver, som eleverne skal bedømmes ud fra ved den afsluttende prøve efter 9. klasse. Organiseringen er effektiv i den forstand,

- at eleverne ved, hvad der forventes af dem.
- at eleverne kan arbejde i forskelligt tempo.
- at læreren kan differentiere hjælpen efter behov.
- at hurtige elever let kan udfordres med flere eller sværere opgaver.
- at læreren har høj grad af kontrol over det faglige indhold og forløbet.

Organiseringen sikrer naturligvis ikke imod, at læreren undervejs også kan blive nødt til at forholde sig til mere disciplinære udfordringer. Den er imidlertid relativt robust over for uro og manglende faglig motivation. Gennem rammesætningen er der etableret klare instrumentelle rationaler for deltagelse i undervisningen. Hvis man som elev udfylder rollen, får man god hjælp og støtte til at honorere de faglige udfordringer, der stilles. Til gengæld er der ikke nødvendigvis etableret motivation, der knytter sig til det faglige indhold eller til en fælles forståelse af læringsmålene i forløbet.



Undervisningsformen kan også siges at være inkluderende i forhold til undervisningsprocessen, i den forstand at der er plads til, at nogle elever kan få meget mere hjælp og støtte end andre. Det svage fokus på opbygning af en fælles faglig indsigt og kompetence i klassen indebærer imidlertid en risiko for, at nogle elever ikke opnår den tilsigtede læring, men i stedet begrænser sig til en instrumentel beherskelse af nogle få skemaer til løsning af standardopgaver. Eleverne bliver således ikke nødvendigvis deltagere i ét fagligt fællesskab.

På interaktionsniveauet illustrerer episoden, at lærerens fokus i samspil med eleverne ligger på, om de anvender de anviste metoder og får de rigtige resultater. Læreren udfordrer ikke eleverne ud over spørgsmålene i opgaverne eller til at reflektere over deres resultater og mulige generaliseringer. Det ses fx i forbindelse med opgaven med fedtprocenterne. Læreren udfordrer ikke eleverne til selv at skabe mening med beregningerne ud fra konteksten eller til at fortolke og reflektere over resultat. 5-procent-intervallet på etiketten svarer ifølge elevernes korrekte beregninger til en variation på godt 22,5 gram fedt. Er det meget eller lidt, og hvad nu, hvis pakken var dobbelt så stor? Tilsvarende bliver eleverne heller ikke udfordret til at reflektere over og generalisere resultatet angående de 20 procent, som momsens udgør af udsalgsprisen. Hvordan kan resultatet anskueliggøres grafisk, og gælder det uanset prisen på varen?

Når eleverne er kommet i gang med opgaverne, kan læreren stille sig på deres side som hjælper og konsulent. Den erfarne lærer har typisk udviklet et stort beredskab til at kunne identificere og afhjælpe de forskellige problemer, som eleverne kan løbe ind i under arbejdet med de enkelte opgavetyper. Eleverne vil derfor ofte opleve, at de får god hjælp af læreren. Samtidig er kriteriet for, om de er på "rette vej", meget klart, og de kan selv kontrollere, i hvilken grad det er opfyldt. Det handler slet og ret om at kunne regne opgaverne og få svar, der passer med facitlisten i lærebogen.

Samtalen mellem læreren og eleverne i episode 1 kan sammenfattende siges at foregå inden for en opgavediskurs. Dette begreb er udviklet af den norske matematikdidaktiker Mellin-Olsen (1990; se også Niss, 2007) og viser, hvordan didaktisk klasseledelse også på interaktionsniveau kan blive formet af en traditionel undervisningsorganisering med ensidigt fokus på opgaveregning.

### **Den didaktiske kontrakt i traditionel matematikundervisning**

I matematikdidaktisk forskning er der udviklet teorier, der kan bidrage til at forklare, hvordan generelle forhold ved institutionaliseret matematikunder-



visning kan betinge udviklingen af en undervisningsform med de nævnte karakteristika. Det drejer sig først og fremmest om teorien for didaktiske situationer udviklet af den franske matematikdidaktiker Brousseau (1997). Denne teori kan bruges til at forstå, hvordan de overordnede vilkår for matematikundervisning sætter sig igennem i den enkelte lærers praksis og derved former en undervisningspraksis, som så igen virker tilbage på fagopfattelsen hos både lærer og elever.

Begrebet *didaktisk kontrakt* er centralt i denne teori. Det beskriver, hvordan en undervisningssituation (en didaktisk situation) i enhver form for institutionaliseret uddannelsessystem er styret af en implicit kontrakt mellem læreren og eleverne. "Kontrakt" skal her forstås metaforisk som en gensidig forståelse og overenskomst, der udvikles gennem årelange forløb for både den enkelte lærer og den enkelte elev som led i socialiseringen i skolen. Men også og først og fremmest som en kontrakt, der udvikles i den enkelte klasse gennem organiseringen af undervisningen og samspillet mellem læreren og eleverne.

Episode 1 er tænkt som et eksempel på en traditionel matematikundervisning styret af en didaktisk kontrakt med følgende karakteristika (Blomhøj, 1995):

- Rækkefølge, progression og konkret tilrettelæggelse af det matematikfaglige indhold varetages af det valgte lærebogssystem.
- Ved indledningen til hvert emne gennemgår læreren omhyggeligt de metoder og algoritmer, der præsenteres i lærebogen.
- Læreren stiller kun opgaver, som eleverne på forhånd har fået metoder til at løse.
- En opgave er løst, når dens enkelte spørgsmål er besvaret.
- De ønskede svar kan angives kort ved et tal, en figur eller en kort sætning.
- Eleverne har krav på lærerens bedømmelse, når en opgave er løst.
- Elevernes læring kan bedømmes alene ud fra, om de kan regne opgaver.
- Eleverne gør på deres side deres bedste for at løse de stillede opgaver.

En sådan undervisningsform støtter sig på og understøtter en opfattelse af matematik som en samling begreber og metoder til løsning af bestemte typer opgaver og en opfattelse af matematiklæring, som det at kunne huske, hvordan man regner de forskellige typer opgaver. En sådan undervisningsform reducerer kompleksiteten i didaktisk klasseledelse på de didaktiske niveauer 2 og 3 til et spørgsmål om at følge en fast skabelon. Samtidig redu-

ceres også målene for elevernes læring og navnlig for opbygning af en fælles faglig læring i klassen til et spørgsmål om elevernes beherskelse af metoder til løsning af standardopgaver. En sådan undervisning lever således ikke op til læringsmålene i det gældende faghæfte for matematik i grundskolen (Undervisningsministeriet, 2009). Den kan imidlertid godt leve op til de dele af læringsmålene, der anno 2010 testes i de nationale test og den afsluttende skriftlige afgangsprøve.

### **Didaktisk klasseledelse via kompetencemål**

Den beskrevne didaktiske kontrakt i traditionel matematikundervisning er ikke ønsket på noget officielt niveau. Tværtimod er der meget i de læreplaner og tilhørende officielle vejledninger, der formelt sætter rammen om og udstikker kursen for undervisningen, der kan læses som et forsøg på at undgå, at undervisningen styres af en sådan kontrakt. Et eksempel er den danske tradition for mundtlig eksamen i matematik, som mange af vores udenlandske forsker- og lærerkolleger misunder os meget, når de hører om den.

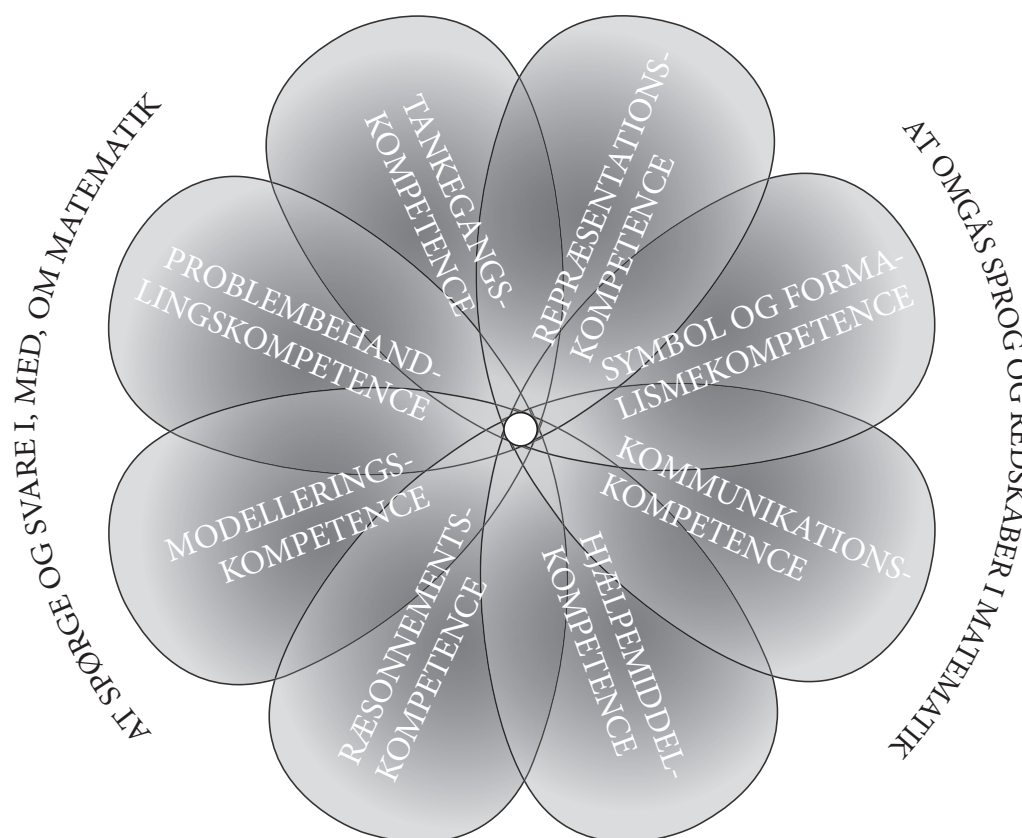
Når karakteristikken alligevel er noget, mange matematiklærere kan nikke genkendende til, skyldes det blandt andet, at en undervisning med de angivne karakteristika er nem og rimeligt ukompliceret at praktisere for både lærere og elever og derfor fristende at forfalde til i pressede situationer (Jensen, 2007:171). Udviklingen af en didaktisk kontrakt er således primært drevet af lærerens behov. Man kan sige, at etableringen af en didaktisk kontrakt er udtryk for, at enhver lærer med sin klasse må søge en balance mellem de institutionelle rammer og regler og de mange forskellige forudsætninger, opfattelser, holdninger og forventninger, som læreren, eleverne og forældrene har til undervisning i almindelighed og til matematikfaget i særdeleshed. Hvis der ikke skabes en didaktisk kontrakt mellem lærer og elever, kan undervisningen simpelthen ikke gennemføres.

Didaktisk klasseledelse forudsætter med andre ord en didaktisk kontrakt. Etableringen heraf er således ikke blot en følge af institutionaliseret undervisning, men også en nødvendig forudsætning for den. Omvendt virker den didaktiske kontrakt – ved både eksplicit og implicit at sætte rammer for undervisningen – i det lange løb tilbage på lærerens opfattelse af faget, af eleverne og af det at undervise samt på elevernes opfattelse af faget, og hvad det indebærer at beherske det.

Der er således også en – ofte uudnyttet – mulighed gemt i, at man som lærer arbejder bevidst og målrettet med at etablere den didaktiske kontrakt, så den understøtter ambitionerne med undervisningen og er båret

af de holdninger og værdier, man gerne vil være eksponent for. Derved kan man "tage fat om hornene på krabaten" og gøre den didaktiske kontrakt til et virkemiddel for den didaktisk klasseledelse, man gerne vil praktisere.

Et af de steder, man kan hente inspiration til en sådan udviklingsproces, er i formuleringen af faglige kompetencemål for en given undervisning. For matematikfagets vedkommende begyndte en sådan formulering i Danmark med udgivelsen af den såkaldte KOM-rapport (Niss og Jensen, 2002). Heri findes en karakteristik og eksemplificering af de otte matematiske kompetencer, som er visualiseret i figur 1, og som i næsten uændret form udgør det første centrale kundskabs- og færdighedsområde i det gældende faghæfte for matematik i grundskolen (Undervisningsministeriet, 2009).



Figur 1. En visuel repræsentation – "KOM-blomsten" – af de otte matematiske kompetencer, som er omdrejningspunktet for det perspektiv på matematikundervisning, der fremlægges i KOM-rapporten (Niss og Jensen, 2002:45).

I episode 2 og den efterfølgende analyse heraf forsøger vi at indkredse, hvordan kompetencemål som disse kan bruges som pejlemærke for en anden didaktisk klasseledelse.

### Episode 2: Klip fra et kompetenceorienteret forløb i 8. klasse

Vi er som sidst i en 8. klasse, der skal indlede et forløb, som følger op på tidligere gennemført arbejde med procentbegrebet og beregninger i den forbindelse. Denne gang følger vi de to elever Carl og Dorte og deres lærer, som vi kalder Lærer2 for at markere, at der er tale om en ny episode med en ny lærer, hvis udøvelse af didaktisk klasseledelse bevidst og eksplicit fører arbejdet i en anden retning end sidst.

Lærer2: Som vi plejer, når vi begynder et nyt forløb, fokuserer vi her i starten på problemløsning. Denne gang har jeg valgt et lidt lumsk introproblem, så sæt jer i grupperne fra sidst, og brug resten af timen her på at se, hvor langt I sammen kan komme med det.

Eleverne samles i grupperne, mens læreren deler et lille ark papir med denne tekst rundt:

Fra man får sin løn, til man står med en vare i hånden, betaler man først indkomstskat og siden moms. Hvordan afhænger den samlede skat, man betaler, af indkomstskatteprocenten og momsprocenten?

Carl: Hvad er det, vi skal?

Dorte: Lad mig lige læse færdig ... noget med skat og moms. Og så noget med procent – det kan jeg godt huske, vi har arbejdet med mange gange før.

Carl: Ja, men vi har da ikke set, hvordan man regner med *både* indkomstskat og moms, så det spørger jeg lige om (kalder højt på læreren).

Lærer2: (kommer efter lidt ventetid hen til gruppen) Hvordan går det – kan I komme i gang med opgaven?

Carl: Nja, vi tror nok, vi har styr på at regne procenter ud, og det har vi jo tidligere gjort, når vi beregnede indkomstskat og moms af forskellige beløb. Men vi ved ikke, hvordan vi skal regne med dem samtidig.

Lærer2: Hvad er det, I synes er svært ved det?



- Dorte: Ahh, hey, Carl, nu tror jeg godt, vi kan. Momsen kan jeg huske er 25 procent, og ... hvor stor er indkomstskatten?
- Lærer2: Det er i virkeligheden ret indviklet, fordi det afhænger af, hvor meget man tjener, men det synes jeg, I skal gemme til en anden gang at undersøge. Til opgaven her kan I bare vælge et procenttal, som I tror er realistisk.
- Carl: O.k., så lad os sige, det er halvdelen – 50 procent af, hvad man tjener.
- Dorte: Fedt, så er vi næsten færdige, for vi kan jo sagtens finde ud af at lægge de to slags skat sammen og finde en slags totalskat. Det bliver 75 procent! (kigger forventningsfuldt på læreren).
- Lærer2: Ja, hvis det var procentdele af det samme beløb, man lagde sammen, men det er det jo ikke, for indkomstskat og moms er to forskellige slags skat. Indkomstskat beregnes som en procentdel af det, man tjener, mens moms beregnes som en skat af det, man køber, så de to ting skal I tænke sammen.
- Dorte: Nå, hvordan gør man det?
- Lærer2: Ja, det er jo udfordringen i opgaven. Husk, det er problemløsning, der er målet, og det kan I jo ikke blive bedre til, hvis jeg fortæller jer, hvordan I skal gå videre. Husk, at I allerede er kommet et vigtigt stykke vej ved at have gjort jer klart, hvad det svære ved opgaven er. Prøv så, om I stille og roligt kan komme nærmere en løsning uden at lade jer slå ud af, at I lige nu ikke rigtig ved, hvad næste skridt er. (Lærer2 går videre til en af de andre grupper).
- Carl: Puh! Den her del, hvor vi bare sidder sådan, er altid så hård, indtil vi finder på noget. Hvad synes du, vi skal gøre?
- Dorte: Tja, vi kan jo prøve at bruge den måde, vi har lært, som tidligere har virket, hvor vi vælger nogle tal som eksempel, regner noget ud og så ser, om det hjælper: Hvis nu vi siger, at jeg tjener 1000 kr., så betaler jeg 500 kr. i indkomstskat og køber noget for de andre 500 kr.
- Carl: Ja, og det, du køber, skal du så betale 25 procent i moms af. Det er en fjerdedel af 500, som er ... øhmm ... 125 kr. Skal vi mon så lægge *de* to tal sammen?

Alle eleverne arbejder videre med udgangspunkt i en del af den stillede opgave, som hver gruppe vejledt af læreren har fundet ud af har en



passende sværhedsgrad. Efter et kvarters tid samler læreren elevernes opmærksomhed om en fælles tavlegennemgang.

Lærer2: Kig herop engang. I har alle sammen siddet og bøvlet med, hvordan man får has på det med momsen, så jeg vil lige hjælpe jer med at forstå, hvorfor man er nødt til at arbejde på en anden måde med det end med indkomstkatten. Det vigtige her er at tænke over, hvilket beløb man bruger som "helheden", når man beregner en procentdel. (Lærer2 forklarer om forskellen på at beregne momsen som en procentdel af prisen med og uden moms).

Carl: Hvilken en af de to slags beregninger skal vi så bruge?

Lærer2: Prøv i hver gruppe at diskutere, hvad I synes, der giver mest mening. I kan jo prøve at lave nogle regneeksempler, som I kan bruge i diskussionen, men husk, at I som altid skal arbejde frem mod en forklaring på løsningen af problemet.

### **Analyse af episode 2: Problemløsningskompetence som pejlemærke**

Episode 2 er konstrueret med henblik på at illustrere aspekter af følgende generelle pointe: Et sæt af faglige kompetencebeskrivelser som dem, der er fremlagt i KOM-rapporten (jf. figur 1), kan potentielt fungere som omdrejningspunkt for planlægning, tilrettelæggelse, gennemførelse og evaluering af fagligt orienteret undervisning, fordi de byder sig til som sproglig ramme for en fokuseret diskussion af målene med undervisningen. Det viser en lang række udviklingsprojekter, som vi og flere andre har deltaget i (se fx Blomhøj & Jensen, 2003, 2007; Jensen, 2007).

Indfrielsen af potentialet støttes meget naturligt, hvis et sæt faglige kompetencemål for en given undervisning allerede i udgangspunktet af både "afsender" og "modtager" tænkes som et sprogligt virkemiddel: De læreplansgrupper m.v., der formulerer sådanne kompetencemål, skal ikke blot se dem som en overordnet karakteristik af det undervisningsfag, der er tale om, men nok så meget som et sæt faglige pejlemærker, som lærerne kan bruge til at planlægge og styre efter. Lærerne skal på deres side ikke blot se kompetencemål som overordnede skåltalebegreber, men arbejde med, hvordan de kan "didaktificere" deres forståelse og fortolkning af kompetencemålene, så de opleves som et brugbart virkemiddel for fagligt fokuseret undervisning (Højgaard, 2009).



Det sproglige potentiale i faglige kompetencemål kan indfries i en lang række sammenhænge, der alle nyder godt af en skærpet faglig sproglighed. Ud over den ovennævnte kommunikation mellem "systemet" og lærerne i form af målene i læreplanen gælder det også kommunikationen mellem lærere og studerende på forskellige former for læreruddannelse, indbyrdes mellem grupper af lærere, mellem lærer og elever og indbyrdes mellem elever.

I episode 2 har vi de to sidstnævnte kommunikationsformer – lærer-elever og elev-elev – direkte i spil. Det foregår på lektions- og interaktionsniveau (vores didaktiske niveau 3 og 4), men det vil være naturligt at kommunikationen i og den didaktiske ledelse af klasserummet indirekte refererer til en kompetenceorientering af undervisningen på de overliggende niveauer. Konkret har vi og andre (se fx Jensen, 2007; Højgaard m.fl., 2010) gode erfaringer med at planlægge undervisningen i moduler, som på klassetrinsniveau (niveau 1) orienteres mod udviklingen af en udvalgt faglig kompetence, eventuelt i kombination med et centralt fagligt begreb. På forløbsniveauet (niveau 2) giver det mulighed for at fokusere undervisningen mod et eller nogle få faglige mål, som man så, som i episode 2, kan bruge meget direkte i sin didaktiske klasseledelse.

Episode 2 viser, hvordan klasseledelse kan trække på en allerede etableret didaktisk kontrakt, og hvordan et fagligt kompetencemål i den forbindelse kan bruges som kommunikationsværktøj ved indgåelsen af en faglig "overenskomst" (Højgaard, 2009). Mere konkret illustrerer episoden forskellige forhold ved nogle elevers og en lærers arbejde med at udvikle elevernes matematiske problemløsningskompetence. Det er en kompetence, som blandt andet handler om at håndtere en personlig oplevelse af *frustration* over at være kognitivt fastlåst – man står over for en faglig udfordring, som man ikke ved, hvordan man kan overvinde (Blomhøj og Jensen, 2003; Højgaard, 2009). Som eksempel kan vi bruge denne opgave (Højgaard, 2009):

"En bestemt terning har et rumfang, der er  $k$  gange så stort som rumfanget af en anden given terning. Hvad er forholdet mellem overfladearealerne på de to terninger?"

For mange vil dette spørgsmål udgøre et matematisk problem, fordi

- de i den konkrete situation godt *forstår opgaven* og har et klart billede af, hvad udfordringen går ud på,



- godt kan se, at der må eksistere en rimelig klar identificerbar *løsning*, men
- ikke umiddelbart ved, hvordan man skal nå frem til den.

Om en given situation rummer et matematisk problem eller ej, kan altså kun afgøres i forhold til de bestemte subjekter, som står i situationen. At kunne komme videre i en sådan problemsituation er der mange gode grunde til at have som mål i matematikundervisning med et almendannende sigte. Matematisk problemløsningskompetence kan således blandt andet bidrage til udviklingen af demokratisk dannelse (se fx Blomhøj, 2001) og til at udvikle elevernes relationelle begrebsforståelse (se fx Jensen, 2007:kap. 5) og deres forhold til, hvad det vil sige at arbejde matematisk (se fx Lesh og Zawojewski, 2007). Kompetencen optræder da også i folkeskolens læreplan *Fælles Mål 2009. Matematik* som del af en bredere tænkt matematisk problemløsningskompetence, der både vedrører formulering og løsning af problemer:

"Undervisningen skal lede frem mod, at eleverne har tilegnet sig kundskaber og færdigheder, der sætter dem i stand til at [...] erkende, formulere, afgrænse og løse matematiske problemer og vurdere løsningerne (problemløsningskompetence)" (Undervisningsministeriet, 2009:4).

Matematisk problemløsningskompetence er altså både meget velbegrunderet som et centralt element i almendannende matematikundervisning og en ambition, som alle danske matematiklærere i grundskolen er forpligtede til at forfølge på elevernes vegne. Når vi – som det specifikke i det generelle – har valgt at lade episode 2 handle om netop denne kompetence, er det dog ikke mindst, fordi problemløsning som didaktisk aktivitet på interessante måder udfordrer den kommunikationsmæssige side af didaktisk klasseledelse, som vi har fokus på i denne artikel. Vi vil her pege på tre sådanne udfordringer.

Den første udfordring skyldes problemløsningskompetencens subjektive karakter. Problemløsning handler som nævnt om at håndtere en personlig – og dermed subjektiv – oplevelse af at være kognitivt fastlåst i forbindelse med arbejdet med en given opgave. Didaktisk klasseledelse af matematisk problemløsning fordrer differentiering i samspillet med eleverne, fordi hver elev eller elevgruppe skal hjælpes og udfordres forskelligt. Dette viser samtidig meget tydeligt det vanskelige i at bedømme elevens problemløsningskompetence ved de sædvanlige skriftlige eksamensformer.

Den anden udfordring drejer sig om at bryde med en af de mest sejlivede dele af det tidligere omtalte opgaveparadigme og følgerne heraf for elevernes overordnede forestilling om matematik. Den amerikanske matematikdidaktiker Schoenfeld, der er en af pionererne inden for didaktisk forskning i matematisk problemløsning, har følgende slagkraftige begrundelse for problemløsning i matematikundervisningen:

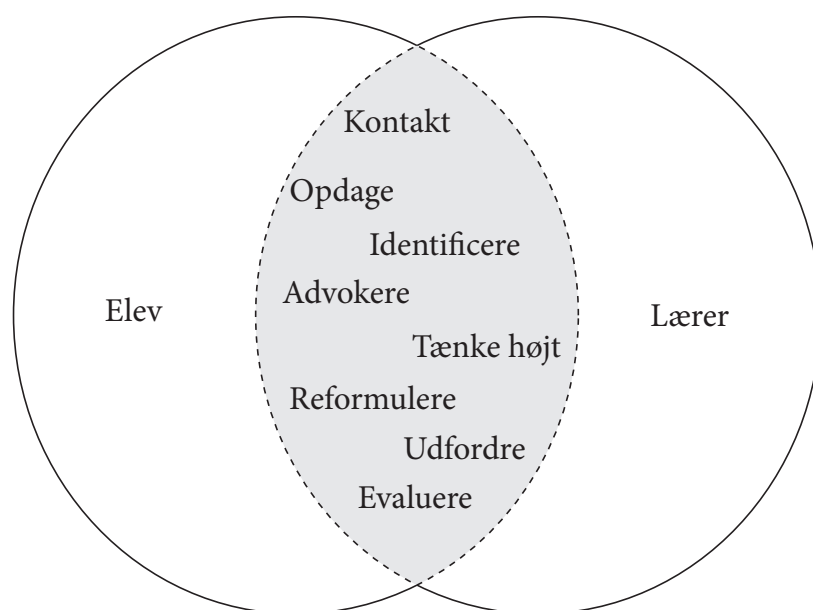
"Suppose that during your entire academic career, every mathematics problem that you were asked was in fact a straightforward exercise designed to test your mastery of a small piece of subject matter. You were expected to solve such problems in just a few minutes...[...] Suppose in addition that this scheme was reinforced in class: Problems were expected to be solved rapidly, and teachers gave you the solutions if you did not produce the answers quickly. Having had the experience over and over again, you might eventually codify it as the following (implicit) rule: When you understand the subject matter, any problem can be solved in 5 minutes or less. The stronger form of this rule is even worse: If you fail to solve a problem in 5 minutes, give up. Unfortunately, this story is not hypothetical: My research indicates that this belief and a number of equally counterproductive beliefs about mathematics are all too common among our students." (Schoenfeld, 1987:27).

Episode 2 er en illustration af et demonstrativt forsøg på at bryde med dette paradigme. Et eksplicit fokus på matematisk problemløsningskompetence fordrer, at man som en central del af sin didaktiske klasseledelse manifesterer et sådant brud og i stedet stædigt og vedholdende etablerer en problemløsningskultur i sit klasseværelse. Opgaven om skat og moms stilles i forventning om, at den udgør et problem for eleverne, og at eleverne således i almindelighed ikke kan komme med en fyldestgørende besvarelse.

Hvis eleverne accepterer og forstår meningen med denne del af den didaktiske kontrakt, giver det læreren nye muligheder for at arbejde med differentiering som led i sin didaktiske klasseledelse på interaktionsniveau. Eksempelvis er der i episode 2 ikke fokus på, at eleverne skal formalisere problemet, fordi det for langt de fleste elever i 8. klasse opleves som problemløsning at tilgå opgaven ved at ræsonnere over konkrete eksempler på udregninger, jf. den afsluttende vejledning fra Lærer2. Hvis læreren i situationen fornemmer, at nogle elever har brug for yderligere

udfordringer, kan det fx bestå i at lade dem arbejde med at opstille en generel formel baseret på deres konkrete regneeksempler. Det vil betyde, at opgaven også bruges til at udfordre elevernes symbolbehandlingskompetence, som i læreplanen karakteriseres ved, at de skal kunne "[...] forstå og afkode symbolsprog og formler og oversætte mellem dagsprog og matematisk symbolsprog (symbolbehandlingskompetence)" (Undervisningsministeriet, 2009:4).

Den tredje udfordring drejer sig om, at problemløsning pr. natur er en undersøgende form for aktivitet. De to danske matematikdidaktikere Alrø og Skovsmose (2006, 2002) har forsøgt at indkredse dialogiske kvaliteter ved en læringssamtale i en undersøgende matematikundervisning. Det har resulteret i IC-modellen "Inquiry Cooperation Model" (se figur 2), der identificerer otte talehandlinger, der hver især rummer en dialogisk kvalitet, hvis de er til stede i en læringssamtale. Modellen kan efter vores opfattelse både bruges analytisk og som støtte til planlægning af didaktisk klasseledelse på interaktionsniveau. De enkelte talehandlinger kan i denne sammenhæng konkretiseres indholdsmæssigt i forhold til et bestemt kompetencefokus.



Figur 2: IC-modellen for dialogisk interaktion mellem lærer og elev(er) i en undersøgende matematikundervisning (Alrø og Skovsmose, 2006:112).

## **En didaktisk kontrakt med kompetencemål som omdrejningspunkt**

Sammenfattende kan vi sige, at episode 2 er tænkt som eksempel på en kompetencestyret matematikundervisning, der følger en didaktisk kontrakt med disse punkter:

- Målet for elevernes læring begrundes og klargøres i kompetencetermer i begyndelsen af hvert forløb, og der skabes jævnlig forbindelse til målene på klassetrinsniveau.
- Ved samtale med klassen forsøges etableret fælles faglige motiver hos eleverne.
- Centrale faglige begreber og metoder fremhæves i elevernes arbejde.
- Der arbejdes med forskellige organiseringer og differentierede udfordringer.
- På interaktionsniveauet forsøges etableret en undersøgende dialog.
- Der arbejdes i afslutningen af hvert forløb med at opbygge en fælles faglig viden i klassen gennem samtale i klassen.

Som lærer er det oplagt meget mere krævende at etablere en sådan kontrakt end at følge en mere traditionel undervisningsform. Til gengæld er denne kontrakt understøttende i forhold til de gældende læringsmål. Når først kontrakten er etableret i en klasse, er der ingen grund til at forvente, at opgaven med at varetage den didaktiske klasseledelse vil være mere krævende end i traditionel undervisning. Tværtimod kan man håbe, at man som lærer med en sådan undervisning vil opleve, at der er god sammenhæng mellem ens ledelseshandling og de faglige mål for elevernes læring.

### **Afrunding: Hvad er meningen?**

Som nævnt først i kapitlet bruger vi didaktisk klasseledelse som betegnelse for det at tage ansvaret for løbende at få fastlagt og fastholdt orienteringen af processer, der er iværksat med det udgangspunkt at skabe sociale infrastrukturer, som fremmer læring i et klasserum på en uddannelsesinstitution. Forstået sådan udøves der didaktisk klasseledelse af både Lærer1 og Lærer2, men orienteringen af undervisningsprocessen er helt forskellig, og dermed bliver den kollektive meningskabelse i klasserummet det også.

Undervisningen, der er illustreret i episode 1, er orienteret mod, at eleverne bliver færdige med de givne opgaver på den givne tid. Meningen er at overholde den indbyrdes rollefordeling mellem lærer og elever, som en klassisk formstyret didaktisk kontrakt udstikker.

Undervisningen, der er illustreret i episode 2, er orienteret mod, at hver gruppe elever arbejder med matematisk problemløsning i så lang tid som muligt. Meningen er, at eleverne udvikler deres matematiske problemløsningskompetence inden for begrebsområdet procentregning.

Formålet med dette kapitel kan sammenfattes i to punkter. For det første vil vi gøre opmærksom på, at det er vigtigt, at man som lærer har undervisningens overordnede eksistensberettigelse – de læringsmæssige mål – langt fremme i bevidstheden, når man retningsbestemmer sin didaktiske klasseledelse. Det er både nødvendigt og legitimt at ofre den formmæssige afvikling af undervisningsprocessen megen ledelsesmæssig opmærksomhed, men processen kortsluttes, hvis opretholdelse af formen udgør det egentlige rationale bag klasseledelsen. For det andet vil vi konstruktivt fremadrettet pege på det, som adskillige forsøgsprojekter efterhånden har vist: Faglige kompetencemål har et stort potentiale som sigtepunkt for orienteringen af en undervisning, som af både lærer, elever og det omkringliggende samfund opleves som relevant og meningsfuld. Det er ikke den nemmeste tilgang, men både vores og mange andre læreres erfaringer er, at jo mere man arbejder med didaktisk klasseledelse via faglige kompetencemål, jo mere tilfredsstillende bliver det at arbejde med kombinationen af en både meget kompleks og meget meningsfuld udfordring.

## Litteratur

- Alrø, H. og Skovsmose, O. (2002): *Dialogue and learning in mathematics education: Intention, reflection, critique*. Kluwer.
- Alrø, H. og Skovsmose, O. (2006): "Undersøgende samarbejde i matematikundervisningen – udvikling af IC-modellen". I Skovsmose, O. og Blomhøj, M. (red.): *Kunne det tænkes? Om matematiklæring*. Malling Beck.
- Blomhøj, M. (1995): "Den didaktiske kontrakt i matematikundervisningen". *Kognition og pædagogik*, 3.
- Blomhøj, M. (2001): "Hvorfor matematikundervisning? Matematik og almen dannelse i et højteknologisk samfund". I Niss, M. (red.): *Matematikken og verden*. Fremad.
- Blomhøj, M. (2006): "Konstruktion af episoder som forskningsmetode – læringsmuligheder i IT-støttet matematikundervisning". I Skovsmose, O. og Blomhøj, M. (red.): *Kunne det tænkes? Om matematiklæring*. Malling Beck.
- Blomhøj, M. og Jensen, T.H. (2003): "Developing mathematical modelling competence: Conceptual clarification and educational planning". *Teaching Mathematics and its Applications*, 22.

- Blomhøj, M. og Jensen, T.H. (2007): "SOS-projektet – didaktisk modellering af et sammenhængsproblem". *MONA*, 3.
- Brousseau, G. (1997): *Theory of didactical situations in mathematics*. Kluwer.
- Højgaard, T. (2009): "Modellering versus problemløsning – om kompetencebeskrivelser som kommunikationsværktøj". *MONA*, 2.
- Højgaard, T., Bundsgaard, J., Sølberg, J. og Elmose, S. (2010): "Kompetencemål i praksis – foranalysen bag projektet KOMPIS". *MONA*, 3.
- Jensen, T.H. (2007): *Udvikling af matematisk modelleringskompetence som matematikundervisningens omdrejningspunkt – hvorfor ikke?* Ph.d.-afhandling, IMFUFA-tekst nr. 458. Roskilde Universitetscenter.
- Lesh, R. og Zawojewski, J. (2007): "Problem Solving and Modeling". I Lester, Jr., F.K. (red.): *Second Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning*. Information Age.
- Mellin-Olsen, S. (1990): "Opgavediskursen". I Nissen, G. og Bjørneboe, J. (red.): *Matematikundervisning og demokrati*. IMFUFA, Roskilde Universitetscenter.
- Niss, M. (2007): "Opgavediskursen i matematikundervisningen". *MONA*, 1.
- Niss, M. og Jensen, T.H. (red.) (2002): *Kompetencer og matematiklæring: Idéer og inspiration til udvikling af matematikundervisning i Danmark*. Uddannelsesstyrelsens temahæfteserie nr. 18. Undervisningsministeriet.
- Schoenfeld, A. (1987): "Cognitive Science and Mathematics Education: An overview". I Schoenfeld, A. (red.): *Cognitive Science and Mathematics Education*. Lawrence Erlbaum.
- Undervisningsministeriet (2009): *Fælles Mål 2009. Matematik*. Undervisningsministeriets håndbogsserie nr. 14. Undervisningsministeriet.
- Wenger, E. (1998): *Communities of Practice. Learning, Meaning, and Identity*. Cambridge University Press.